

Numerik und Optimierung

Ulrich Langer

WS 2018/19

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

- 1.1 Der Problemlösungsprozess: Vom Modell zur Computersimulation
[JL13, Abschnitt 1.1, Seiten 4 - 5]
- 1.2 Beispiele
 - 1.2.1 Die Wärmeleitungsgleichung
[JL13, Abschnitt 2.1.1, 2.1.3, Seiten 33 - 40, 47 - 50]
 - 1.2.2 Die Schwingungsgleichung
[JL13, Abschnitt 2.2.1, 2.2.2, Seiten 52 - 57]
- 1.3 Typische mathematische Modelle für PDEs und ihr technischer Hintergrund
 - 1.3.1 Anfangsrandwertaufgaben für parabolische PDEs
 - 1.3.2 Anfangsrandwertaufgaben für hyperbolische PDEs
 - 1.3.3 Randwertaufgaben für elliptische PDEs
 - 1.3.4 Verallgemeinerungen
[JL13, Abschnitte 2.2.3, 1.3.2, Seiten 57 - 69, 14 - 23]
- 1.4 Modellierung elektromagnetischer Felder

2 Finite-Elemente-Methode für elliptische Randwertaufgaben

- 2.1 Die Funktionenräume $L_2(\Omega)$ und $H^1(\Omega)$
[JL13, Abschnitt 3.1, Seiten 71 - 78]
- 2.2 Variationsformulierung von elliptischen Randwertaufgaben in 1D
[JL13, Abschnitt 3.2, Seiten 78 - 80]
- 2.3 Die Finite-Elemente-Methode zur näherungsweisen Lösung des Variationsproblems in 1D
[JL13, Abschnitt 3.3, Seiten 81 - 93]
- 2.4 Numerische Integration mittels Gauß-Formeln
[JL13, Abschnitt 3.6, Seiten 135 - 145]
- 2.5 Auflösung tridiagonaler Gleichungssysteme
[JL13, Abschnitt 3.7, Seiten 145 - 150]
- 2.6 FEM-Technologie: Elementweiser Aufbau der Steifigkeitsmatrix und des Lastvektors
[JL13, Abschnitt 3.4, Seiten 93 - 114]
- 2.7 1D-Lagrange-Elemente höherer Ordnung und Interpolation
[JL13, Abschnitt 3.5, Seiten 115 - 135]

- 2.8 Diskretisierungsfehlerabschätzung
[JL13, Abschnitt 3.8, Seiten 150 - 166]
- 2.9 Variationsformulierung von mehrdimensionalen elliptischen Randwertaufgaben zweiter Ordnung
[JL13, Abschnitte 4.1, 4.2, 4.3, Seiten 197 - 208]
- 2.10 Galerkin-Ritz-FEM
 - 2.10.1 Galerkin-Ritz-Verfahren
[JL13, Abschnitte 4.4.1, 4.4.2, Seiten 224 - 227]
 - 2.10.2 FEM = Galerkin-Ritz-Verfahren mit speziellen Ansatz- und Testfunktionen
[JL13, Abschnitt 4.4.3, Seiten 227 - 230]
 - 2.10.3 Netzgenerierung
[JL13, Abschnitt 4.5.1, Seiten 230 - 238]
 - 2.10.4 FEM-Technologie zum elementweisen Aufbau von Steifigkeitsmatrix und Lastvektor
[JL13, Kurze Zusammenfassung der Abschnitte 4.5.2, 4.5.3]
 - 2.10.5 Eigenschaften von FE-Gleichungssystemen
[JL13, Kurze Zusammenfassung des Abschnitts 5.1]
- 2.11 Nichtlineare Probleme
[JL13, Abschnitt 6.1, Seiten 531 - 534]

3 Auflösung linearer und nichtlinearer Gleichungssysteme

- 3.1 Direkte Verfahren
[JL13, Kurze Zusammenfassung des Abschnitts 5.2]
 - 3.1.1 Das Gaußsche Eliminationsverfahren und seine Interpretation als LU-Zerlegung
 - 3.1.2 Zerlegung spezieller Matrizen
- 3.2 Iterative Verfahren
 - 3.2.1 Klassische Iterationsverfahren
[JL13, Abschnitt 5.3.1, Seiten 477 - 484]
 - 3.2.2 Das Gradientenverfahren und das CG-verfahren
[JL13, Abschnitt 5.3.2, Seiten 485 - 492]
 - 3.2.3 Mehrgitterverfahren
[JL13, Abschnitt 5.3.4, Seiten 498 - 517]

4 Zeitabhängige Probleme

- 4.1 Explizite Zeitintegrationsverfahren
[JL13, Kapitel 7 und 8, Seiten 557 - 569, 571 - 613]
- 4.2 Implizite Zeitintegrationsverfahren
[JL13, Kapitel 7 und 8, Seiten 557 - 569, 571 - 613]
- 4.3 Galerkin FEM für instationäre Probleme
[JL13, Kapitel 7, Seiten 557 - 569]

- 4.3.1 Parabolische Anfangsrandwertprobleme
[JL13, Abschnitt 7.1, Seiten 558 - 562]
- 4.3.1 Hyperbolische Anfangsrandwertprobleme
[JL13, Abschnitt 7.2, Seiten 563 - 569]

5 Optimierungprobleme und deren numerische Lösung [LZ17, Kapitel 5, Seiten 5-1 bis 5-20]

- 5.1 Freie Optimierungsprobleme
 - 5.1.1 Theoretische Grundlagen
 - 5.1.2 Abstiegsverfahren
 - 5.1.3 Das Newton-Verfahren
 - 5.1.4 Quasi-Newton-Verfahren
- 5.2 Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen
 - 5.2.1 Die Lagrange Idee
 - 5.2.2 Theoretische Grundlagen
 - 5.2.3 Das SQP-Verfahren
 - 5.2.4 Quadratische Optimierungsprobleme
 - 5.2.5 Weitere Verfahren

Literaturverzeichnis

- [JL13] Michael Jung und Ulrich Langer. *Methode der finiten Elemente für Ingenieure. Eine Einführung in die numerischen Grundlagen und Computersimulation*. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2., überarbeitete und erweiterte Auflage, 2013.
- [LZ17] Ulrich Langer und Walter Zulehner. *Optimierungsprobleme und deren numerische Lösung*. Skriptum, Institut für Numerische Mathematik, 2017.