ÜBUNGEN ZU

ANALYSIS FÜR PHYSIKER(INNEN)

für den 25. 1. 2012

---

82. Berechnen Sie für das Vektorfeld f aus Übungsaufgabe 78 das Kurvenintegral

$$\int_{C_x} f(y) \cdot dy$$

entlang der Kurve C_x, die in Übungsaufgabe 81 definiert wurde.

83. Es gelten die Bezeichnungen aus Übungsaufgabe 82. Durch

$$\phi(x) = \int_{C_x} f(y) \cdot dy$$

ist ein Skalarfeld $\phi\colon X \to \mathbb{R}$ auf der Definitionsmenge $X = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)^T\}$ gegeben. Warum gilt $\operatorname{grad} \phi(x) = f(x)$ für alle $x \in \tilde{X} = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x_1, 0)^T : x_1 \leq 0\}$?

Hinweis: Nicht nachrechnen sondern nachdenken.

84. Berechnen Sie

$$\int_B (1-x)(1-y)\; d(x,y)$$

für das Quadrat $B = [0,1] \times [0,1]$.

85. Berechnen Sie

$$\int_B (1-x-y)\; d(x,y)$$

für das Dreieck $B = \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \colon x \geq 0,\; y \geq 0,\; x+y \leq 1\}$.

86. Berechnen Sie

$$\int_B x\; d(x,y)$$

für die Menge $B = \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \colon 0 \leq x \leq 1 - y^2\}$, die durch die y-Achse und die Parabel $x = 1 - y^2$ begrenzt ist.

87. Berechnen Sie

$$\int_B xy\; d(x,y)$$

für den Halbkreis $B = \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 \leq 1,\; y \geq 0\}$.

88. Berechnen Sie

$$\int_B z\; d(x,y,z)$$

für das Tetraeder $B = \{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \colon x \geq 0,\; y \geq 0,\; z \geq 0,\; x+y+z \leq 1\}$.

89. Berechnen Sie
$$\int_B (x^2 + z^2)\ d(x, y, z)$$
für den Zylinder $B = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \colon x^2 + y^2 \leq 1,\ 0 \leq z \leq 1\}$.

90. Berechnen Sie
$$\int_B z\ d(x, y, z)$$
für die Halbkugel $B = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \colon x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$.