

**ÜBUNGEN ZU
ANALYSIS FÜR PHYSIKER(INNEN)**

für den 16. 11. 2011

19. Berechnen eine Stammfunktion für $\arcsin x$.

Hinweis: Verwenden Sie die Formel der partiellen Integration für $f(x) = x$ und $g(x) = \arcsin x$.

20. Zeigen Sie:

$$\int \operatorname{arsinh} x \, dx = x \cdot \operatorname{arsinh} x - \sqrt{x^2 + 1} + C.$$

21. Berechnen Sie eine Stammfunktion für $e^x \cdot \cos x$.

Hinweis: Zweimalige partiellen Integration.

22. Sei $n \in \mathbb{N}_0$ und bezeichne $T_n(x)$ das Taylor-Polynom der Funktion $f(x) = \ln(1+x)$ an der Stelle $x_0 = 0$ vom Grad n . Bestimmen Sie jene Stammfunktion von $T_n(x)$, die an der Stelle $x = 0$ den Wert 1 besitzt.

23. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{Z}$:

$$\int t^n e^{-t} \, dt = -t^n e^{-t} + n \int t^{n-1} e^{-t} \, dt.$$

24. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$:

$$\int \cos^n x \, dx = \frac{1}{n} \sin x \cos^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x \, dx$$

Hinweise: Gehen Sie ähnlich wie in der Vorlesung für $\int \sin^2 x \, dx$ vor.

25. Berechnen Sie

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \, dx$$

26. Berechnen Sie

$$\int \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} \, dx$$

Hinweis: Verwenden Sie die Substitutionsregel mit $x = 2 \arctan t$.

27. Berechnen Sie:

$$\int \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2(x^2 + 1)} \, dx.$$