

**ÜBUNGEN ZU  
ANALYSIS FÜR PHYSIKER(INNEN)**

für den 10. 11. 2010

---

19. Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Untersuchen Sie, in welchen Teilintervallen von  $[0, 1]$  die Funktion

$$f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = (1 - x) \cdot x^n$$

(streng) monoton wachsend oder fallend ist.

20. Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Bestimmen Sie den maximalen und den minimalen Wert der Funktion

$$f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = (1 - x) \cdot x^n$$

im Intervall  $[0, 1]$ .

21. Zeigen Sie:

$$\int \arccos x \, dx = x \cdot \arccos x - \sqrt{1 - x^2} + C.$$

22. Zeigen Sie:

$$\int \operatorname{arsinh} x \, dx = x \cdot \operatorname{arsinh} x - \sqrt{x^2 + 1} + C.$$

23. Berechnen Sie mit Hilfe der partiellen Integration eine Stammfunktion für  $\arctan x$ . Hinweis: Verwenden Sie die Formel der partiellen Integration für  $f(x) = x$  und  $g(x) = \arctan x$ . Die Funktion  $f(x) \cdot g'(x)$  ist von der Form  $\frac{h'(x)}{h(x)} = (\ln |h(x)|)'$ .

24. Berechnen Sie mit Hilfe der partiellen Integration eine Stammfunktion für  $\operatorname{arcoth} x$ . Hinweis: Verwenden Sie die Formel der partiellen Integration für  $f(x) = x$  und  $g(x) = \operatorname{arcoth} x$ . Die Funktion  $f(x) \cdot g'(x)$  ist von der Form  $\frac{h'(x)}{h(x)} = (\ln |h(x)|)'$ .

25. Berechnen Sie mit Hilfe der partiellen Integration eine Stammfunktion für  $\ln x$ . Hinweis: Verwenden Sie die Formel der partiellen Integration für  $f(x) = x$  und  $g(x) = \ln x$ .

26. Seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a \neq 0$ . Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine reelle Funktion mit Stammfunktion  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass  $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $G(x) = \frac{1}{a} \cdot F(a \cdot x + b)$  ist eine Stammfunktion der Funktion  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $g(x) = f(a \cdot x + b)$ .

27. Berechnen Sie eine Stammfunktion für  $e^x \cdot \sin x$ . Hinweis: Zweimalige partiellen Integration.