

KV “NUMERIK und OPTIMIERUNG” FÜR MECHATRONIKER - ÜBUNGEN -

WS 2010/2011

AUSGABETERMIN: Donnerstag, d. 14.10.2010

ABGABETERMIN: **Donnerstag, d. 11.11.2010, 12:00 Uhr**

NAME (**A-M**):

MATRIKELNUMMER:

Die Übungen sind grundsätzlich alleine zu machen ! Gruppenarbeit ist nicht erlaubt ! Die Ausarbeitung muss sorgfältig abgefasst werden. Wichtig ist, dass nicht nur die Lösung, sondern auch die Lösungsidee (der Weg zur Lösung) beschrieben wird. Programme sind in Form von gut dokumentierten Programmlisten beizulegen. Testresultate sind durch Beilage übersichtlich gestalteter Original-inputs und Original-outputs zu belegen. Das Abgabeformat ist DIN A4. Heften Sie alle Unterlagen zu einem Übungsblatt zusammen !

Die Tutoren **Peter Gangl** (E-Mail: peter_gangl@gmx.at) und **Wolfgang Krendl** (E-Mail: wolfgang.krendl@gmx.at) stehen Ihnen am Mittwoch, von 13:00 – 14:30 im Raum KG 519 (Kopfgebäude, 5. Stock) für eventuell auftretende Fragen zur Verfügung.

1 Simulation der instationären, örtlich eindimensionalen Wärmeleitgleichung auf der Basis einer Differenzenapproximation

1.1 Programmierbeispiel

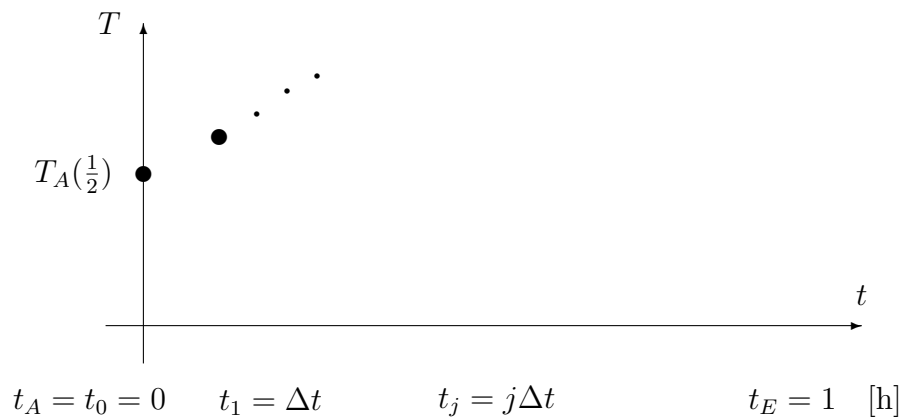
Für einen mantelisierten Kupferstab ($\rho = 8960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $c = 384 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $\lambda = 394 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$) der Länge $L = 1 \text{ m}$, der wärmequellenfrei ($f = 0$) ist, am linken Rand die gleichbleibende Temperatur $T_a(t) = 30^\circ\text{C}$ hat, am rechten Rand mit dem Temperaturregime $T_b(t) = g(t) := 30^\circ\text{C} (1 - t)$ gekühlt wird und für $t_A = 0$ die Temperaturverteilung

$$T_A(x) = 30^\circ + 30^\circ \sin\left(\frac{(2k+1)\pi x}{L}\right),$$

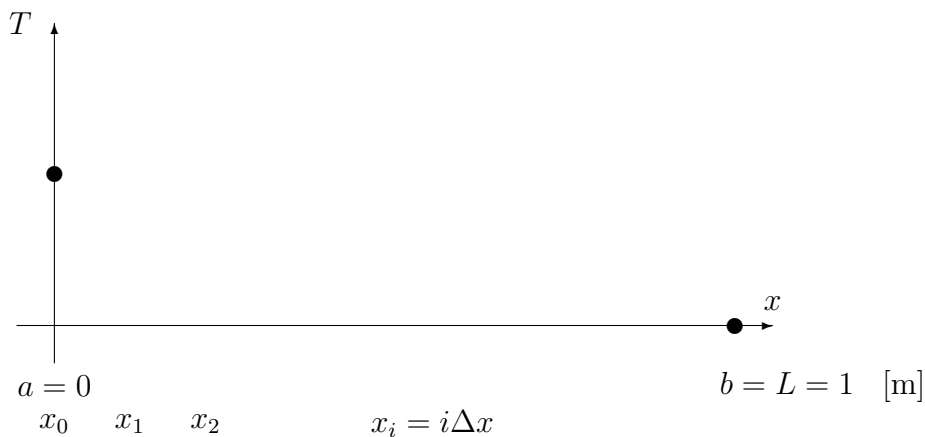
k = letzte Ziffer der Matrikelnummer

besitzt, soll

a) der Temperaturverlauf im Stabmittelpunkt



b) und die Temperatur nach einer Stunde $t_E = 1$ h



ermittelt werden. Zu welchen Zeitpunkt $t = t_* > 0$ ist die Temperatur T im gesamten Stab erstmals kleiner oder höchstens gleich 40°C . **Beachten Sie die Masseinheiten !**

Wählen Sie zur Orts- und Zeitdiskretisierung das in der Vorlesung (Kapitel 1) angegebene explizite Differenzenschema (6), und implementieren Sie den angegebenen Algorithmus in der von Ihnen gewählten Programmiersprache ! Führen Sie die Computersimulation mit der Ortsschrittweite $\Delta x = 1 \text{ cm}$ und mit zwei von Ihnen gewählten Zeitschrittweiten $\Delta t \leq 1 \text{ min} \equiv 60''$ durch ! Interpretieren Sie die erhaltenen Ergebnisse.

1.2 Approximationsuntersuchung

Untersuchen Sie die Genauigkeit der Approximationen des Differentialausdrucks

$$\frac{\partial T(x_i, t_j)}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_j)$$

durch den Differenzenausdruck

$$\frac{T(x_i, t_j + \Delta t) - T(x_i, t_j)}{\Delta t} - \kappa \frac{T(x_i - \Delta x, t_j) - 2T(x_i, t_j) + T(x_i + \Delta x, t_j)}{\Delta x^2},$$

mittels Taylorentwicklung, d.h. Sie müssen den Approximationsfehler

$$\left| \frac{\partial T(x_i, t_j)}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_j) - \left[\frac{T(x_i, t_j + \Delta t) - T(x_i, t_j)}{\Delta t} - \kappa \frac{T(x_i - \Delta x, t_j) - 2T(x_i, t_j) + T(x_i + \Delta x, t_j)}{\Delta x^2} \right] \right| \leq ?$$

für alle $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$ und $j \in \{1, 2, \dots, m-1\}$ abschätzen.