

P R O S E M I N A R

zur Vorlesung

“Mathematische Modelle in der Technik“

PS XII

30.01. 2009 (Zeit : 10¹⁵ – 11⁴⁵ Uhr; Raum : HS 13):

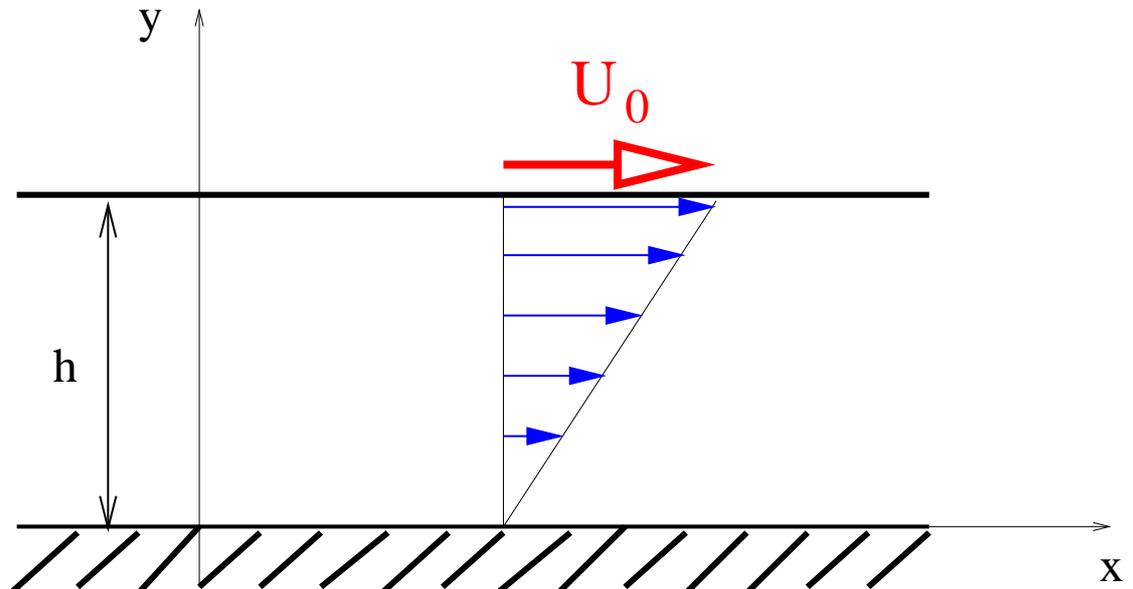
3.2.5 COUETTE - Strömung

○ Präsentationsaufgabe (Robert Schnablehner):

38* Man berechne das ebene (die Platten seien in Querrichtung genügend weit ausgedehnt) Strömungsfeld eines inkompressiblen Newtonschen Fluids zwischen zwei Platten, wobei sich eine Platte mit der konstanten Geschwindigkeit $U_0 > 0$ parallel zur anderen Platte bewegen möge (siehe Skizze). Die Strömung sei zeitlich und räumlich voll ausgebildet. Bei welcher H_a - Zahl

$$H_a = \frac{-\frac{dp}{dx}(2h)^2}{U_0\mu}$$

tritt (bezüglich aus der Skizze ersichtlichen x -Richtung (x_1 -Richtung)) teilweise Rückströmung auf ?



Hinweise:

1. Gehen Sie von den 3D Navier-Stokes Gleichungen aus:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = f_x$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial p}{\partial y} = f_y$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial p}{\partial z} = f_z$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

2. Vereinfachen Sie dann diese Gleichungen unter Berücksichtigung der Annahmen:
 - (a) Die Strömung sei zeitlich voll ausgebildet.
 - (b) Die Strömung sei räumlich voll ausgebildet.
 - (c) Die Strömung sei eben.
 - (d) $f := (f_x, f_y, f_z)^T = 0$.
3. Wie sich zeigt, hängt das Strömungsbild vor allem vom Druckgradienten $\frac{dp}{dx}$ ab. Skizzieren Sie sich einige Geschwindigkeitsprofile und erklären Sie diese anschaulich !

4 Bakkalaureatsarbeiten

4.1 Strukturmechanische Modelle

- **Thema:** Strukturmechanische Modelle: Balken, Platten und Schalen
- **Betreuer:** o.Univ.-Prof. Dr. Ulrich Langer
- **Bearbeiter:** Andreas Stankovsky
- **Kurzbeschreibung:** Modellieren heisst "Vereinfachen". In dieser Bakkalaureatsarbeit sollen aus den Gleichungen der 3D linearen Elastizitätstheorie strukturmechanische Modelle hergeleitet werden. Strukturmechanische Modelle zeichnen sich durch eine spezielle Geometrie und durch eine spezielle Belastung aus. In der Arbeit sollen zunächst Balkenmodelle und dann Plattenmodelle hergeleitet werden. Zum Abschluss der Arbeit sollte ein Überblick über Schalenmodelle gegeben werden.
- **Präsentation der Zwischenergebnisse:** PS XII, 30.01. 2009
- **Literaturhinweise:**
 1. Langer, U.: Numerische Festkörpermechanik, Skriptum, Linz, Sommersemester 1997.
 2. Braess, D.: Finite Elemente: Theorie, schnelle Löser und Anwendungen in der Elastizitätstheorie. Springer-Verlag, Berlin 1997, (Kapitel VI, 5).

4.2 Plastizität

- **Thema:** Elastoplastische Modelle bei rotationssymmetrischen Körpern
- **Betreuer:** Dipl.-Ing. Peter Gruber
- **Bearbeiter:** Daniela Fellhofer

- **Kurzbeschreibung:** Bei rotationssymmetrischen Körpern kann, unter bestimmten Voraussetzungen an die Eingangsdaten, eine Dimensionsreduktion des Problems bewirkt werden, indem das elastoplastische 3D Modell auf Zylinderkoordinaten transformiert wird. Wie lautet das resultierende System?
- **Präsentation der Zwischenergebnisse:** PS XII, 30.01. 2009
- **Literaturhinweise:**
 1. W. HAN AND B. D. REDDY, *Plasticity: mathematical theory and numerical analysis*, vol. 9 of Interdisciplinary Applied Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1999.

4.3 Strömungsmechanische Modelle

- **Thema:** Stromfunktionen in der Strömungsmechanik
- **Betreuer:** o.Univ.-Prof. Dr. Ulrich Langer
- **Bearbeiter:** Robert Schnablehner
- **Kurzbeschreibung:** Unter bestimmten Voraussetzungen kann ein divergenzfreies Vektorfeld \mathbf{u} als Rotation eines Vektorpotentials Ψ dargestellt werden, d.h. $\mathbf{u} = \text{curl } \Psi$. In 2D bedeutet das, dass man ein divergenzfreies Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^T$ mit Hilfe einer skalaren Stromfunktion Ψ

$$u_1 = \frac{\partial \Psi}{\partial x_2}, \quad (4.32)$$

$$u_2 = -\frac{\partial \Psi}{\partial x_1} \quad (4.33)$$

darstellen kann. In der Bakkalaureatsarbeit sollen dargestellt werden, wie der Ansatz $\mathbf{u} = \text{curl } \Psi$ zur Lösung von 2D und 3D Strömungsmechanikproblemen verwendet werden kann (vgl. auch Aufgaben 36 und 37 aus PS XI).

- **Präsentation der Zwischenergebnisse:** März 2009
- **Literaturhinweise:**
 1. Feistauer M.: *Mathematical Methods in Fluid Dynamics*. Longman Scientific & Technical, 1993 (Section 2.4 and 2.5)
 2. Girault V., Raviart P.A.: *Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations*. Springer-Verlag, Berlin 1986.