P R O S E M I N A R

zur Vorlesung

“Mathematische Modelle in der Technik“

$\boxed{\textbf{PS V}}$ 27.11. 2008 (Zeit : $12^{\underline{00}}$ – $13^{\underline{30}}$ Uhr; Raum : HS 13): $\boxed{15}$ – $\boxed{18}$

2 Festkörpermechanik

2.1 Der Zugstab

$\boxed{15}$ Ein homogener Zugstab ($\rho, E = const. > 0$) werde zeitharmonisch erregt, d.h. $f(x,t) = f(x)\exp(i\omega t)$ und $g_l(t) = g_l \exp(i\omega t)$, wobei ω die Erregerfrequenz bezeichnet. Man suche die periodischen Lösungen und bestimme die kritischen Frequenzen (siehe auch Folie 10, Ü 2.2) !

2.2 Lineare Elastizitätstheorie

2.2.1 Spannungszustand

$\boxed{16}$ Schneiden Sie virtuell einen Würfel

$$„\Delta x" := [x_1 - \frac{\Delta x_1}{2}, x_1 + \frac{\Delta x_1}{2}] \times [x_2 - \frac{\Delta x_2}{2}, x_2 + \frac{\Delta x_2}{2}] \times [x_3 - \frac{\Delta x_3}{2}, x_3 + \frac{\Delta x_3}{2}]$$

aus einem im Gleichgewicht befindlichen Körper heraus und schreiben Sie das Kräftegleichgewicht (z.B. in x_1–Richtung) auf (siehe auch Folie 11, Ü 2.4) !

$\boxed{17}$ Zeigen Sie die Transformationsformel

$$t_i^{(n)}(x) = \sum_{j=1}^{3} \sigma_{ji}(x) n_j, \quad i = 1,2,3, \quad \forall n = (n_1, n_2, n_3)^T \in R^3 : |n| = 1,$$

indem Sie das Kräftgleichgewicht an einem Tetraeder betrachten (Folie 11, Ü 2.3) !

$\boxed{18^\star}$ Für die folgenden, jeweils 4 Schnittebenen

$$\tilde{n}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \tilde{n}^{(2)} = \begin{pmatrix} \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \tilde{n}^{(3)} = \begin{pmatrix} \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

gilt:

$$\tau_1 = \tau_{\tilde{n}^{(1)}} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \; \tau_2 = \tau_{\tilde{n}^{(2)}} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}, \; \tau_3 = \tau_{\tilde{n}^{(3)}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2},$$

$$\sigma_{\tilde{n}^{(1)}} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}, \; \sigma_{\tilde{n}^{(2)}} = \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}, \; \sigma_{\tilde{n}^{(3)}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}.$$

Man zeige, dass die sogenannten Hauptschubspannungen τ_1, τ_2, τ_3 Extermalwerte der Schubspannungen sind !