

1.5 Instationäre Wärmeleitprobleme

- Für einen mantelisierten Kupferstab ($\rho = 8960 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $c = 384 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $\lambda = 394 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$) der Länge $L = 1 \text{ m}$ und mit Durchmesser $d = 1 \text{ cm}$, der wärmequellenfrei ($f = 0$) ist, an beiden Rändern mit der gleichen Temperatur $u_a(t) = u_b(t) = g(t) := 60^\circ\text{C}$ gekühlt wird und für $t_A = 0$ die Anfangstemperaturverteilung $u_0(x) = 60^\circ + 40^\circ \sin(\pi x/L)$ besitzt, soll der Temperaturverlauf im Stabmittelpunkt und die Temperatur nach einer Stunde $t_E = 1 \text{ h}$ ermittelt werden. Beachten Sie die Masseinheiten.
- 09** Modellieren Sie das oben beschriebene instationäre Wärmeleitproblem in integraler Form (Bilanzform).
- 10** Leiten Sie die differentielle Form (klassische Formulierung) her. Sind die dafür notwendigen Voraussetzungen erfüllt?
- 11*** Lösen Sie die ARWA aus **10** analytisch und bestimmen Sie, zu welchen Zeitpunkt $t = t_* > 0$ die Temperatur u im gesamten Stab erstmals kleiner oder höchstens gleich 70°C ist.