

6. Iterative Verfahren

1. Zeigen Sie, daß Einzel- und Gesamtschrittverfahren für $Ax = b$ Iterationsverfahren der Art

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - C^{-1}(Ax^{(k)} - b)$$

sind. Geben Sie jeweils die Matrix C an.

2. Man untersuche die Konvergenz des Gesamtschrittverfahrens für ein lineares Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

und $b = (9 \ -6 \ -1)^\top$ theoretisch. Wie verhält sich der tatsächliche Fehler in der Euklidischen Norm?

3. Gegeben sei das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 8 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 10 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Zeigen Sie, daß das Gesamtschrittverfahren nicht konvergiert!
(b) Kann man das Gleichungssystem so umformen, daß das Gesamtschrittverfahren sicher konvergiert?