

- Satz 7.4 besagt, dass der Interpolationsfehler wesentlich von der Größe der Funktion $\omega(x)$ abhängt:
 $\Rightarrow$ Idee: Wähle Stützstellen $\{x_i\}_{i=\overline{0,n}}$ so, dass

$$\|\omega\|_{G[a,b]} = \max_{x \in [a,b]} |\omega(x)| \rightarrow \min_{\{x_i\}}$$

- $\Rightarrow$ Resultat: $(n+1)$ Nullstellen des Tschebyscheff-Polynoms $T_{n+1}(x)$:

Für $[a,b] = [-1,1]$ erhalten wir

$$x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{2n+2}\pi\right), i=\overline{0,n}, \text{ und}$$

$$\omega(x) = 2^{-n} T_{n+1}(x) \text{ mit } T_k(x) = \cos(k \arccos(x))$$

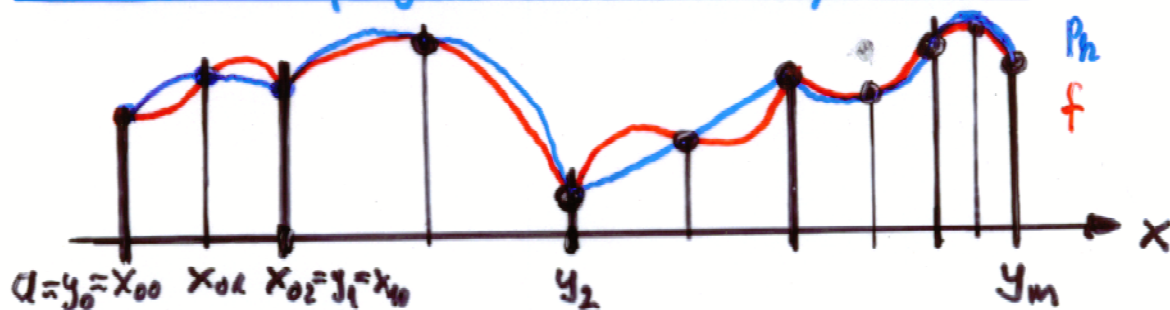
- Satz von Marcinkiewicz:

$$\forall (f, x) f \in C[a,b] \exists \{x_i^{(k)}\}_{i=\overline{0,n_k}} : p_{n_k} \Rightarrow f.$$

- Satz von Faber:

$$\forall (f, x) \{x_i^{(k)}\}_{i=\overline{0,n_k}} \exists f \in C : p_{n_k} \not\Rightarrow f.$$

- Stückweise polynomiale Interpolation:



$$\text{Folgerung 7.5: } h = \max_{j=\overline{0,m-1}} |y_{j+1} - y_j| \rightarrow 0$$

$$\text{Vor.: } a = y_0 = x_{00} < \dots < x_{0n} = y_1 = x_{10} < \dots < y_2 < \dots < y_m = b,$$

$$f \in C^{n+1}[y_j, y_{j+1}] \forall j = \overline{0, m-1} \text{ (stückweise glatt)}$$

$$p_h(x) = \sum_{i=0}^n f(x_{ji}) L_{ji}(x), x \in [y_0 = x_{00}, y_{m+1} = x_{mn}]$$

Bh.:

$$\|f - p_h\|_{G[a,b]} \leq \max_{j=\overline{0,m-1}} \left\{ \frac{|y_{j+1} - y_j|^{n+1}}{(n+1)!} \max_{y \in [y_j, y_{j+1}]} |f^{(n+1)}(y)| \right\}$$