

Explizite Aufstellung des Interpolationspolynoms $p(x)$

• Newton-Darstellung:

$$p(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)(x-x_1) + \dots + a_n(x-x_0) \cdots (x-x_{n-1})$$

• Koeffizienten erfüllen das gestaffelte System:

$$\begin{array}{lcl} a_0 & & = p(x_0) = f_0 \\ a_0 + a_1(x_1-x_0) & & = p(x_1) = f_1 \\ \vdots & & \vdots \\ a_0 + a_1(x_n-x_0) + \dots + a_n(x_n-x_0) \cdots (x_n-x_{n-1}) & = & p(x_n) = f_n \end{array}$$

• Satz 7.3: $p(x) = p_{0,1,\dots,n}(x)$

$$p_{i,\dots,i+k}(x) = f[x_i] + f[x_i, x_{i+1}](x-x_i) + \dots + f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}](x-x_i) \cdots (x-x_{i+k-1})$$

mit den rekursiv definierten Differenzen

$$f[x_i] = f_i$$

$$f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] = \frac{f[x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] - f[x_i, \dots, x_{i+k-1}]}{x_{i+k} - x_i}$$

Beweis: folgt durch Induktion bzgl. k aus Satz 7.2. $\square$

• Schema zur Berechnung der dividierten Differenzen:

