Die inverse Vektoriteration (Wielandt):

- EV zum betragsmäßig kleinsten EW:

Direkte Vektoriteration $\longmapsto$ $A^{-1}x = \lambda x$

$$\lambda(A^{-1}) = \frac{1}{\lambda(A)}$$

d.h. $z^{(k+1)} = A^{-1} q^{(k)} \Leftrightarrow A z^{(k+1)} = q^{(k)}$

Lsg eines GS pro Iterationsschritt mit gl. Systemmatrix!

- Verallgemeinerung: EV zum EW λ_i

Sei $A = X D^{-1} X$ diagonalisierbar

$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ - Basis von EV: $A x_j = \lambda_j x_j$

$\bar\lambda$ sei Näherung an λ_i

$$q^{(0)} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j$$

$$(A - \bar\lambda I)^{-k} q^{(0)} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\alpha_j}{(\lambda_j - \bar\lambda)^k} x_j$$

$$= \frac{1}{(\lambda_i - \bar\lambda)^k} \left[\alpha_i x_i + \sum_{j \neq i} \alpha_j \left(\frac{\lambda_i - \bar\lambda}{\lambda_j - \bar\lambda} \right)^k \right]$$

Unter den Bedingungen

- $\alpha_i \neq 0$
- $0 < |\lambda_i - \bar\lambda| < |\lambda_j - \bar\lambda| \quad \forall j \neq i$

folgt die Konvergenz von $q^{(k)} = (A - \bar\lambda I)^{-k} q^{(0)}$ gegen einen EV zum EW λ_i.