

6.3. Berechnung einzelner EW und EV

6.3. 1. Newton: $p(\lambda) := \det(A - \lambda I) = 0$

■ Anwendung des Newtonverfahrens auf $\det(A - \lambda I) = 0$

• Algorithmus 6.20: Newton

Startwert $\lambda^{(0)}$ wählen (Satz 6.7: Gerschgorin)

FOR $k=0$ STEP 1 UNTIL "Convergence" DO

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} - \frac{p(\lambda^{(k)})}{p'(\lambda^{(k)})}$$

ENDFOR

• Problem: Numerisch stabile Berechnung von $p(\lambda^{(k)})$ und $p'(\lambda^{(k)})$!

■ Rekursionsformeln für symmetrische, reelle Tridiagonalmatr.

$$A = \left[\begin{array}{ccc|c} b_1 & a_2 & & \\ a_2 & b_2 & a_3 & \\ & & & \\ & & a_{n-1} & b_{n-1} & a_n \\ \hline & & a_n & b_n \end{array} \right]$$

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I)$$

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I)$$

$$=: p_n(\lambda) = (b_n - \lambda) p_{n-1}(\lambda) - a_n^2 p_{n-2}(\lambda)$$

$$p_0(\lambda) = 1$$

$$p_1(\lambda) = b_1 - \lambda$$

$$p_i(\lambda) = (b_i - \lambda) p_{i-1}(\lambda) - a_i^2 p_{i-2}(\lambda)$$

$$i = 2, 3, \dots, n$$

$$p'_0(\lambda) = 0$$

$$p'_1(\lambda) = -1$$

$$p'_i(\lambda) = -p_{i-1}(\lambda) + (b_i - \lambda) p'_{i-1}(\lambda) - a_i^2 p'_{i-2}(\lambda)$$

$$i = 2, 3, \dots, n$$