- <u>Bemerkungen:</u>

1. Die Konvergenz des QR-Algorithmus folgt auch ohne die Voraussetzung 2 aus Satz 6.13, allerdings sind dann die EW als Grenzwerte der Diagonalelemente von $A^{(k)}$ nicht mehr der Größe nach angeordnet, d.h. es gilt:

   1) $\lim_{k\to\infty} a_{ij}^{(k)} = 0 \quad \forall i,j : i > j$.

   2) $\exists$ Permutation π von $\{1,2,\dots,n\}$:
   $\lim_{k\to\infty} a_{ii}^{(k)} = \lambda_{\pi(i)} \quad \forall i \in \{1,2,\dots,n\}$

2. In vielen Fällen ist die Vor. $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n|$ <u>nicht</u> erfüllt, so kann ja eine reelle nichtsymmetr. Matrix konjugiert komplexe EW haben.
   Nehmen wir etwa an:
   $|\lambda_1| > \dots > |\lambda_r| = |\lambda_{r+1}| > \dots > |\lambda_n|$.
   Dann gelten für die Matrizen $A^{(k)} = [a_{ij}^{(k)}]$ des QR-Algorithmus (der Einfachheit halber unter der Vor. der $\exists$ einer Dreieckszerlegung von Y bzw. X):

   1) $\lim_{k\to\infty} a_{ij}^{(k)} = 0 \quad \forall i,j \in \{1,\dots,n\} : i > j$ und $(i,j) \neq (r+1,r)$

   2) $\lim_{k\to\infty} a_{ii}^{(k)} = \lambda_i \quad \forall i \in \{r, r+1\}$

   3) Die EW der Matrix
   $$\begin{bmatrix} a_{rr}^{(k)} & a_{r,r+1}^{(k)} \\ a_{r+1,r}^{(k)} & a_{r+1,r+1}^{(k)} \end{bmatrix}$$
   konvergieren gegen λ_r und λ_{r+1}.