

- Algorithmus 5.10: Broyden-Rang 1

1. Löse Lineares GS $A^{(k)} w^{(k)} = r^{(k)} := -F(x^{(k)})$

2. Berechne $x^{(k+1)} = x^{(k)} + w^{(k)}$

3. Berechne $A^{(k+1)} = A^{(k)} + u^{(k)} v^{(k)T}$

- Übung 5.11:

Man zeige, dass gilt:

a) $A^{(k+1)} (x^{(k+1)} - x^{(k)}) = F(x^{(k+1)}) - F(x^{(k)})$

b) $(A^{(k+1)} - A^{(k)}) s = 0$

$$\forall s \in \mathbb{R}^n: s^T s^{(k)} = s^T (x^{(k+1)} - x^{(k)}) = 0$$

Umgekehrt definieren die Bedingungen a) und b) genau die Rang 1-Korrektur!

- Übung 5.12:

Man zeige, dass im Falle $n=1$ das Broyden-Rang 1-Verfahren mit dem Sekanten-Verfahren zusammenfällt!

- Übung 5.13:

Man beweise die Sherman-Morrison-Formel:

$$A_{k+1}^{-1} = A_k^{-1} - \frac{1}{1 + v_k^T A_k^{-1} u_k} A_k^{-1} u_k v_k^T A_k^{-1},$$

falls $1 + v_k^T A_k^{-1} u_k \neq 0$!

Hier verwenden wir die Bezeichnungen

$A_k = A^{(k)}$, $u_k = u^{(k)}$ etc.

- Konvergenz = superlinear, d.h.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\|e^{(k+1)}\|}{\|e^{(k)}\|} = 0, \quad e^{(k)} = x - x^{(k)}$$