Approximation der JACOBI-Matrix $F'(x^{(k)})$:

Für den Fall, dass die Berechnung der Jacobi-Matrix $F'(x^{(k)})$ explizit nicht möglich oder zu aufwendig ist, bieten sich Differenzenquotienten oder anderes zur Approximation der Jacobi-Matrix an:

1. Sekantenverfahren für den Fall $n=1$:

$$A^{(k+1)} = \frac{F(x^{(k+1)}) - F(x^{(k)})}{x^{(k+1)} - x^{(k)}} \approx F'(x^{(k+1)})$$

Sekante — Tangente

Iterationsvorschrift für das Sekantenverfahren:

$$x^{(k+2)} = x^{(k+1)} - \frac{F(x^{(k+1)})}{A^{(k+1)}} = x^{(k+1)} - \frac{F(x^{(k+1)})}{\frac{F(x^{(k+1)}) - F(x^{(k)})}{x^{(k+1)} - x^{(k)}}}$$

$$= \frac{x^{(k)} F(x^{(k+1)}) - x^{(k+1)} F(x^{(k)})}{F(x^{(k+1)}) - F(x^{(k)})}$$

2. Broyden-Rang 1-Verfahren

= Verallgemeinerung des Sekantenverfahren auf den Fall $n \geq 1$

Rang 1-Korrektur

$$A^{(k+1)} = A^{(k)} + u^{(k)} v^{(k)T} \approx F'(x^{(k+1)}) \; ?$$

mit $u^{(k)} = \frac{1}{s^{(k)T} s^{(k)}} \left(y^{(k)} - A^{(k)} s^{(k)} \right)$

$$v^{(k)} = s^{(k)} := x^{(k+1)} - x^{(k)}$$

$$y^{(k)} = F(x^{(k+1)}) - F(x^{(k)})$$

$$A^{(0)} \overset{z.B.}{=} F'(x^{(0)})$$