

- Bemerkung 5.6:

Die Bedingung " $F(x^*)$ regulär" reduziert sich für $n=1$ auf die Forderung $F'(x^*) \neq 0$, d.h. die Tangente an den Graphen von F in der Nullstelle x^* darf nicht waagrecht sein! Solche Nullstellen heißen einfache Nullstellen, Im Falle $F'(x^*)=0$ spricht man von mehrfachen Nullstellen!

- Illustration:

r-linear Konvergente Folge
für $C=1, q=0.1$

$$\|e^{(0)}\| \leq 1.000000$$

$$\|e^{(1)}\| \leq 0.100000$$

$$\|e^{(2)}\| \leq 0.010000$$

$$\|e^{(3)}\| \leq 0.001000$$

$$\|e^{(4)}\| \leq 0.000100$$

$$\|e^{(5)}\| \leq 0.000010$$

Anzahl der "gültigen Ziffern"
nimmt linear zu!

r-quadratisch Konvergente Folge
für $C=1, q=0.1$

$$\|e^{(0)}\| \leq 1.000000000$$

$$\|e^{(1)}\| \leq 0.010000000$$

$$\|e^{(2)}\| \leq 0.000100000$$

$$\|e^{(3)}\| \leq 0.000000010$$

Anzahl der "gültigen Ziffern"
nimmt quadratisch zu!

- Beispiel 5.1: Das Newton-Verfahren für die Gleichung

$$F(x) = e^{x/2} + x - 2 = 0$$

lautet

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{e^{x^{(k)}/2} + x^{(k)} - 2}{\frac{1}{2}e^{x^{(k)}/2} + 1}$$

Startwert

$$x^{(0)} = 1$$

produziert

$$x^{(1)} = \underline{0.644}$$

$$x^{(2)} = \underline{0.629867}$$

$$x^{(3)} = \underline{0.629846115738}$$

$$x^{(4)} = \underline{0.629846115690812}$$