

5.1. Sukzessive Approximation $\approx$ Fixpunktiteration

■ Nichtlineares GS in

- (1) • Nullpunktform: $F(x) = 0$ (1)_N
 $\Updownarrow$ NPF
 • Fixpunktform: $x = G(x)$ (1)_F
 $\Updownarrow$ FPF
- (2) • Fixpunktiteration: $x^{(k+1)} = G(x^{(k)})$, $k=0,1,2,\dots$
 mit einem geeignet gewählten Startwert $x^{(0)} \in \mathbb{R}^n$.
 (2) $\approx$ ein stationäres Einschrittverfahren.

■ Beispiel 5.1: $F(x) := e^{\frac{x}{2}} + x - 2 = 0$ NPF
 $\Updownarrow$
 $x = 2 - e^{\frac{x}{2}} =: G(x)$ FPF
 $\Downarrow$
 $x^{(k+1)} = G(x^{(k)}) = 2 - e^{x^{(k)}/2}$ FPI

Für den Startwert $x^{(0)} = 1$ erhalten wir

1 gültige
 Nachkommastelle in
 5 Iterationen

q-linear konvergent

$$x^{(0)} = 1.000$$

$$x^{(1)} = \underline{0.351}$$

$$x^{(2)} = \underline{0.808}$$

$$x^{(3)} = \underline{0.502}$$

$$x^{(4)} = \underline{0.715}$$

$$x^{(5)} = \underline{0.571}$$

$$x^{(6)} = \underline{0.670}$$

$$x^{(7)} = \underline{0.602}$$

$$x^{(8)} = \underline{0.648}$$

$$x^{(9)} = \underline{0.616}$$

$$x^{(10)} = \underline{0.638}$$

$$x^{(11)} = \underline{0.624}$$

$$x^* = 0.6298461156508122$$

