4.1.2. Typische Eigenschaften von Diskretisierungsmatrizen

$n_h = O(h^{-d})$, h – Diskretisierungsparameter, d – Dim $\Omega \subset \mathbb{R}^d$

<u>Bei der Diskretisierung entstehen Matrizen mit folgenden typische Eigenschaften:</u>

1. großdimensioniert: $n_h = O(h^{-d}) \longrightarrow \infty$ für $h \to 0$.

2. schwach besetzt (sparse):
   NNE = Number of Non-zero Elements of $K_h = O(n_h)$

3. Bei geeigneter Numerierung der Knoten entsteht eine Bandmatrix mit der Bandweite
   $$BW = q_h \cdot p_h = O(h^{-(d-1)}) = O(n_h^{(d-1)/d}).$$

4. Für RWP 2. Ordnung gilt typischerweise:
   $$\varkappa(K_h) = O(h^{-2}) \longrightarrow \infty \text{ für } h \to 0.$$

5. Im diskutierten Beispiel (aber nicht im Allgem.!) ist die Matrix K_h symmetrisch: $K_h = K_h^T$

6. Im diskutierten Beispiel (aber nicht im Allgem.!) ist die Matrix K_h positiv definit:
   $$\underline{v}_h^T K_h \underline{v}_h = (K_h \underline{v}_h, \underline{v}_h)_2 > 0 \quad \forall \underline{v}_h \in \mathbb{R}^n, \underline{v}_h \neq \underline{0}.$$

Für das GEV ergibt sich damit folgender Aufwand:

- Speicherplatzbedarf:
  $$M_h = BW \cdot n_h = O(h^{-d} h^{-(d-1)}) = O(h^{-2d+1}) = O(n_h^{\frac{2d-1}{d}})$$
- Anzahl der arithmetischen Operationen:
  $$ops = O(BW^2 n_h) = O(h^{-3d+2}) = O(n_h^{\frac{3d-2}{d}})$$