

4.1. Ein Beispiel: Diskretisierungsmatrizen
= 2D Analogon zum Bsp. aus Pkt. 3.1.

4.1.1. Finite-Differenzen-Diskretisierung der Poisson-Gleichung

■ Betrachten Dirichletsches RWP für Poisson-Gleichung:

- Ges. $u(x,y) = u(\cdot, \cdot) : \bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^1$:

$$-\Delta u(x,y) := -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,y) - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x,y) = f(x,y), (x,y) \in \Omega,$$

$$\text{RB: } u(x,y) = g(x,y), (x,y) \in \Gamma \text{ (Dirichletsche RB),}$$

wobei RS $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ und die sogenannten
Dirichlet-Daten $g: \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben sind.

- Modelliert z. B.

- Temperaturverteilung $u(x,y)$ in einer dünnen
Platte bei geg. Wärmequellen $f(x,y)$ im Inneren
der Platte und vorgeg. Randtemperaturen $g(x,y)$.
- Kleine Durchbiegungen einer fest eingespannten,
vertikal belasteten Membran:

