

- Der folgende Satz enthält das Ergebnis der Rückwärtsanalyse des Rundungsfehlerinflusses für allgem. lin. GS. Wie im vorigen Beispiel wird angenommen, dass die Daten A und b selbst keine Rundungsfehler aufweisen:

Satz 3.10: (Sautter)

Die mit Hilfe des Gaußsche Eliminationsverfahrens berechnete, rundungsfehlerbehaftete Näherung \bar{x} des lin. GS (1) $Ax = b$ ist exakte Lsg. des GS (1) $\bar{A}\bar{x} = b$ mit

$$|\Delta A| = |\bar{A} - A| \leq \frac{2(n+1) \cdot \text{eps}}{1 - n \cdot \text{eps}} (|\bar{L}| \cdot |\bar{U}| + O(\text{eps}^2))$$

Komponentenweise

falls $n \cdot \text{eps} < \frac{1}{2}$. \bar{L} und \bar{U} bezeichnen die tatsächlich berechneten Dreiecksmatrizen $|M| = [|m_{ij}|]_{i,j=1,\dots,n}$ für $M = [m_{ij}]_{i,j=1,\dots,n}$.

Beweis: siehe Lit., z. B.

- In der Terminologie des Kap. 2 bedeutet dies, dass der restliche Rdf beim Gauß-Verfahren einem künstl. Datenfehler $\varepsilon_A^{(R)} = \|\Delta A\| / \|A\|$ entspricht

Somit folgt in erster Ordnung für den restl. Rdf $\varepsilon_x^{(R)}$:

$$(12) \quad \varepsilon_x^{(R)} \leq \kappa(A) \varepsilon_A^{(R)}$$

mit

$$\varepsilon_A^{(R)} = \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} = \frac{2(n+1) \cdot \text{eps}}{1 - n \cdot \text{eps}} \frac{\|\bar{L}\| \cdot \|\bar{U}\|}{\|A\|}$$