

3.5. Rundungsfehleranalyse für das Gaußsche Eliminationsverfahren

- Bei der Rückwärtsanalyse für das Gaußsche Eliminationsverfahren zur Lösung des linearen GS

$$(1) \quad A x = b$$

wird versucht, die tatsächlich berechnete und durch Rundungsfehler verfälschte Näherung $\bar{x}$ als exaktes Ergebnis künstlich gestörter Daten

$$\bar{A} = A + ? \quad \text{und} \quad \bar{b} = b + ?$$

darzustellen:

$$(\bar{1}) \quad \bar{A} \bar{x} = \bar{b}.$$

- Beispiel 3.9: $n=1$

Die Lösung einer einzelnen linearen Gleichung

$$a \cdot x = b$$

erfolgt durch den Algorithmus

$$\bar{x} = b / * a.$$

Auf Grund der Genauigkeit der Gleitkommadivision weiß man, dass ($\rightarrow$ siehe Pkt. 2.2)

$$\bar{x} = b / * a = (b/a)(1+\varepsilon) \quad \text{mit} \quad |\varepsilon| \leq \text{eps}.$$

Also löst $\bar{x}$ die gestörte Gleichung

$$\bar{a} \cdot \bar{x} = b \quad \text{mit} \quad \bar{a} = a / (1+\varepsilon)$$

Die Größe der Datenstörung in a läßt sich folgendermaßen abschätzen

$$|\Delta a| = |\bar{a} - a| = |\varepsilon| |\bar{a}| \leq \text{eps} |\bar{a}| = \text{eps} |\bar{x}| \cdot |\bar{u}|$$

mit $\bar{x}=1$ und $\bar{u}=\bar{a}$, der trivialen Dreieckszerlegung von a .