2.4.2. Rundungsfehleranalyse

- Ein Algorithmus zur Lösung des Problems

$$y = \varphi(x)$$

Lässt sich in elementare Operationen (:= Operationen, die am Rechner zur Verfügung stehen und eine relative Genauigkeit von eps besitzen) zerlegen (= Algorithmus): (nicht eindeutig !)

$$x = x^{(0)} \mapsto x^{(1)} \mapsto x^{(2)} \mapsto \dots \mapsto x^{(r)} \mapsto x^{(r+1)} = y$$

Die Abbildung, die das Zwischenergebnis $x^{(s)}$ auf y abbildet, wird mit $\psi^{(s)}$ bezeichnet und heißt <u>Restabbildung</u>, d.h. $\psi^{(0)} = \varphi$

$$y = x^{(r+1)} = \psi^{(s)}(x^{(s)}), \quad s = 0, 1, 2, \dots, r$$

- <u>Beispiel:</u> Lösung eine quadratischen Gleichung

Ein möglicher Algorithmus zur Berechnung von

$$y = \varphi(p, q) := \sqrt{p^2 + q} - p$$

ist durch folgende Einzelschritte gegeben:

<u>Algorithmus 1:</u>

1. $r = p^2$	$x^{(1)} := r = p^2$
2. $s = r + q$	$x^{(2)} := s = p^2 + q$
3. $t = \sqrt{s}$	$x^{(3)} := t = \sqrt{p^2 + q}$
4. $y = t - p$	$x^{(4)} := y = \sqrt{p^2 + q} - p$

<u>Restabb.:</u> $\psi^{(1)}(x^{(1)}) = \psi^{(1)}(r) := \sqrt{r + q} - p$

$\psi^{(2)}(x^{(2)}) = \psi^{(2)}(s) := \sqrt{s} - p$

$\psi^{(3)}(x^{(3)}) \quad \psi^{(3)}(t) := t - p$