

2.4. Fehleranalyse

- Im Punkt 1.1. haben wir folgende Fehlerarten im Problemlösungsprozess festgestellt:

- Modellfehler → Vorlesung "Modellierung" WS07
- Datenfehler → Pkt. 2.4.1
- Verfahrensfehler → für jedes Verfahren indiv. (b)
- Rundungsfehler → Pkt. 2.4.2

- Der Problemlösungsprozess lässt sich zu mindestens formal in die folgende Form bringen:

$$\text{Ges. } y \in Y: y = \Phi(x) \text{ für geg. Daten } x \in X$$

↓

$\Phi: X \rightarrow Y$ - Lösungsoperator

bzw. im Endlichdimensionalen z.B. nach Diskretisierung:

$$\text{Ges. } y \in \mathbb{R}^m: y = \varphi(x) \text{ für geg. Daten } x \in \mathbb{R}^n$$

mit dem Lösungsoperator $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

- Wir untersuchen zunächst, wie sich eventuell vorhandene Störungen $\Delta x \in \mathbb{R}^n$ auf die gesuchte Lösung auswirken

$$\bar{y} \equiv y + \Delta y = \varphi(\bar{x}) = \varphi(x + \Delta x)$$

Bsp.: Gleichungssystem: $Ax = b$ $x = \varphi(A, b) \equiv A^{-1}b$

↓ gestörtes GS: $(A + \Delta A)(x + \Delta x) = b + \Delta b$

siehe Pkt. 3.2 Frage: $\|\Delta x\| \leq ?$

absolute Fehler

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq ?$$

relativer Fehler