2.2. GleitKommaarithmetik

- **GleitKommaaddition:** $+^*$

Feststellung: $x, y \in \mathcal{M} \overset{\text{i.a.}}{\Rightarrow} x+y \in \mathcal{M}$

Die im Rechner durchführbare GleitKommaadd. $+^*$ soll die folgende Bedingung erfüllen

$$x +^* y = rd(x+y) \in \mathcal{M}$$

Diese Forderung lässt sich leicht Konstruktiv realisieren:

Geg. seien $x = m_1 \cdot 10^{e_1}$, $y \in m_2 \cdot 10^{e_2} \in \mathcal{M}$,

o.B.d.A. sei $x \geq y > 0$.

Die Addition $+^*$ lässt sich in 4 Teilschritten durchführen:

1. Exponentenangleich: $d = e_1 - e_2 \geq 0$
2. Mantissenverschiebung:
   $m_2' = m_2 \cdot 10^{-d}$, falls $d \leq t$ bzw. $m_2' = 0$ sonst
3. Mantissenaddition: $m = m_1 + m_2'$
4. Runden

Die Genauigkeit dieser GleitKommaaddition lässt sich folgendermaßen abschätzen (für $x+y \neq 0$):

$$\frac{|(x +^* y) - (x+y)|}{|x+y|} \leq \frac{|rd(x+y) - (x+y)|}{|x+y|} \leq eps$$

oder anders ausgedrückt

$$x +^* y = (x+y)(1+\varepsilon) \quad \text{mit } |\varepsilon| \leq eps,$$

d.h. der rel. Fehler der $+^*$ ist durch eps beschränkt.

Die $+^*$ erfüllt nicht alle Rechengesetze der "normalen" Add.

So ist z.B. das Assoziativgesetz i.A. nicht mehr erfüllt:

$$x +^* (y +^* z) \neq (x +^* y) +^* z$$

d.h. die Reihenfolge der Summanden beeinflusst das Resultat!