

■ Mathematische Modelle:

● Modell 1: Stationäre Wärmeleitungsgleichung in Bilanzform

(2)

Ges. Temperaturfeld $T(x)$:

$$-(\lambda T'(x_2) - \lambda T'(x_1)) + \int_{x_1}^{x_2} \bar{\alpha} T(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} q(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} \bar{\alpha} T_u(x) dx$$

$$\forall \bar{x} \in (a,b) \forall \Delta x > 0: [x_1, x_2] \subset (a,b), x_1 = \bar{x} - \frac{\Delta x}{2}, x_2 = \bar{x} + \frac{\Delta x}{2}$$

$$+ \text{RB: } T(a) = T_a, T(b) = T_b$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} (2) \quad \text{(Vor.)} \quad \int_{x_1}^{x_2} (3) dx$$

● Modell 2: Stat. Wärmeleitgl. in differentieller Form

(3)

Ges. Temperaturfeld $T \in C^2(a,b) \cap C[a,b]$:

$$-(\lambda T'(x))' + \bar{\alpha} T(x) = q(x) + \bar{\alpha} T_u(x) \quad \forall x \in (a,b)$$

$$+ \text{RB: } T(a) = T_a, T(b) = T_b$$

● Modell 3: Variationsformulierung (WS 07/08)

Ges. $T \in V_g := \{v \in H^1(a,b) : v(a) = T_a, v(b) = T_b\}$:

$$\int_a^b (\lambda T'(x) v'(x) + \bar{\alpha} T v) dx = \int_a^b (q + \bar{\alpha} T_u) v dx \quad \forall v \in \tilde{V}_0$$

$$a(T, v) = \langle F, v \rangle$$

● Modell 4: Minimumproblem (WS 07/08)

Ges. $T \in \tilde{V}_g$: $J(T) = \min_{v \in \tilde{V}_g} J(v)$ mit dem Energiefunktional $J(v) = \frac{1}{2} a(v, v) - \langle F, v \rangle$