

■ Eigenschaften des Linearen FEM-GS (4)_h:

1. großdimensioniert: $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ ($d=1,2,3$)
 $N=N_h$ = Anzahl der Unbekannten = # DOF = $O(h^{-d})$
 $= 10^3 \dots 10^6 \dots 10^8$ in der Praxis
 $\rightarrow h = N^{-1/d} \approx (10)$ Diskretisierungsparameter
2. schwach besetzt:
 $K_{ij} = 0 \quad \forall i, j \in \omega_h : \text{supp } \varphi_i \cap \text{supp } \varphi_j = \emptyset$
 \rightarrow NNE = Nicht Null Elemente = $O(h^{-d}) = O(N_h)$
3. Band- bzw. Profil-Matrix:



$\rightarrow m = \text{BW} = \text{Bandweite} = O(h^{-(d-1)})$

$\rightarrow K_{ij} = 0$, falls $|i-j| \geq m$ z.B. $m=3$:
tridiagonal

Die BW ist abhängig von der Durchnumerierung !!
 \rightarrow Algorithmen zur Optimierung der Durchnumerierung!

4. Wegen der Vererbungsbeziehung (nms)

$$(9) \quad (K_h u_h, v_h) = a(u_h, v_h) \quad \forall u_h, v_h \leftrightarrow u_h, v_h \in V_{0h}$$

gehen Eigenschaften von $a(u, v)$ auf K_h über !!
 spd spd

5. schlecht konditioniert: $K_h \varphi_h = \lambda_h \varphi_h$
 spd

$$\lambda_{\min}(K_h) = O(h^d), \quad \lambda_{\max}(K_h) = O(h^{d-2})$$

$$\Rightarrow \kappa(K_h) := \frac{\lambda_{\max}(K_h)}{\lambda_{\min}(K_h)} = O(h^{-2}) \xrightarrow{h \rightarrow 0} \infty !!!$$