• Bem. 2.19:

1. Aus (16) folgt, daß in den H^1-Fehlerabschätzungen (14) und (15) die Konstante
$$(1+c_F^2)^{0.5} \text{ durch } (1+h^2/\sqrt{3})^{0.5} \approx 1$$
ersetzt werden kann.

2. Es gelten also folgende L_2-Abschätzungen

?
- $\|u-u_h\|_0 \le \|u-u_h\|_1 \le \frac{\mu_2}{\mu_1}\left(1+\frac{h^2}{\sqrt{3}}\right)^{0.5} h \|u''\|_0$
- $\|u-\tilde{u}_h\|_0 \le \frac{1}{\sqrt[4]{3}} h^2 \|u''\|_0$

<u>Frage!</u> $\|u-u_h\|_0 \le c h^2 \|u''\|_0 = O(h^2)$?

<u>Antwort:</u> ja, unter bestimmten Zusatzvoraussetz., nämlich H^2-Koerzitivität der adjungierten Aufgabe (Beweis: Nitsche Trick)

3. C^1-Abschätzungen erfordern besondere Technik:
$$\|u-u_h\|_{C^1[a,b]} = O(h^2), \text{ falls } u'' \in L_\infty(a,b).$$

• Satz 2.20:

<u>Vor.:</u> 1) (V1), (V2)
2) Finite Elemente p-ter Ordnung
3) $\exists\, u^{(p+1)} \in L_2(\delta_i)\ \forall i=\overline{1,n}$

<u>Bh.:</u> Dann gilt die Diskretisierungsfehlerabschätzg.:

$$(17)\quad \|u-u_h\|_1 \le \frac{\mu_2}{\mu_1} a_{1,p+1} h^p \left(\sum_{i=1}^{n} \|u^{(p+1)}\|^2_{L_2(\delta_i)}\right)^{1/2}$$

$$= \frac{\mu_2}{\mu_1} a_{1,p+1} h^p \|u^{(p+1)}\|_0$$

$u \in H^{p+1}(a,b)$