29

Rückwärtseinsetzen!

Das gestaffelte GS (3) läßt sich nun leicht von unten nach oben auflösen:

$$\boxed{\begin{aligned} x_n &= \frac{1}{u_{nn}} \cdot c_n \\ x_i &= \frac{1}{u_{ii}}\Big(c_i - \sum_{j=i+1}^{n} u_{ij} x_j\Big) \\ i &= n-1, n-2, \ldots, 1 = n-1\ (-1)\ 1 \end{aligned}}$$

Durchführbarkeit: Pivotelement $\neq 0$

$$u_{kk} \equiv a_{kk}^{(k-1)} \neq 0 \quad \forall k = 1, 2, \ldots, n$$

Um $a_{kk}^{(k-1)} \neq 0$ zu vermeiden, macht man
→ Pivotsuche in der Restmatrix

a) Totale Pivotsuche ⇝ Spalten- und Zeilentausch

$i^*, j^* \in \{k, \ldots, n\} : |a_{i^*j^*}^{(k-1)}| \geq |a_{ij}^{(k-1)}| \quad \forall i, j = \overline{k, n}$

b) Spaltenpivotsuche ⇝ Spaltentausch

c) Zeilenpivotsuche ⇝ Zeilentausch

Hauptaufwand (Operationen der Art $z := x + ay$)

1. Zur Berechnung von $U = [\,\blacktriangledown\,]$

$BW^{i} \cdot n$ $\quad (n-1)^2 + (n-2)^2 + \ldots + 2^2 + 1^2 \approx \frac{n^3}{3} = O(n^3)$

2. Zur Berechnung von c (⇝ Vorwärtseinsetzen)

$BW \cdot n$ $\quad (n-1) + (n-2) + \ldots + 2 + 1 \approx \frac{n^2}{2} = O(n^2)$

3. Zur Berechnung von x (⇝ Rückwärtseinsetzen)

$BW \cdot n$ $\quad (n-1) + (n-2) + \ldots + 2 + 1 \approx \frac{n^2}{2} = O(n^2)$