Beispiele für AWA (1):

1. AWA (5) aus Pkt. 1.2.1, die durch FDM-Ortssemidiskretisierung der ARWA

(4) Ges. $u(x,t)$:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) - \varkappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) = f(x,t) \quad \forall (x,t) \in Q_T := (a,b)\times(0,T)$$

$$+ \text{RB: } u(a,t) = g_a(t), \quad u(b,t) = g_b(t) \quad \forall t \in (0,T)$$

$$+ \text{AB: } u(x,0) = u_0(x) \quad \forall x \in [a,b]$$

entsteht (d.h. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i,t) \mapsto u_{\bar{x}x,i}(t)$ = 2. Differenz). Die FEM-Ortsdiskretisierung startet von der Linienvariationsformulierung (t wird als Parameter betrachtet!)

(5) Ges. $u(x,t) \in V_g$ für $t \in (0,T)$:

$$\int_a^b \frac{\partial u}{\partial t}(x,t)\, v(x)\,dx + \int_a^b \varkappa \frac{\partial u}{\partial x}(x,t) \frac{\partial v}{\partial x}(x)\,dx = \int_a^b f(x,t)\, v(x)\,dx \quad \forall v \in V_0,\ t \in (0,T)$$

$$\text{AB: } \int_a^b u(x,0)\, v(x)\,dx = \int_a^b u_0(x)\, v(x)\,dx \quad \forall v \in V_0$$

mit dem FE-Ansatz (zeitabhängige Koeff.!)

(6) $$u_h(x,t) = \sum_{i=1}^{n-1} u_i(t)\,\varphi_i(x) + \underbrace{u_0(t)}_{\overset{\text{z.B.}}{=} g_a(t) = 0}\varphi_0(x) + \underbrace{u_n(t)}_{\overset{\text{z.B.}}{=} g_b(t) = 0}\varphi_n(x) \in V_{gh}$$

z.B. $p=1$ (lineare FE):