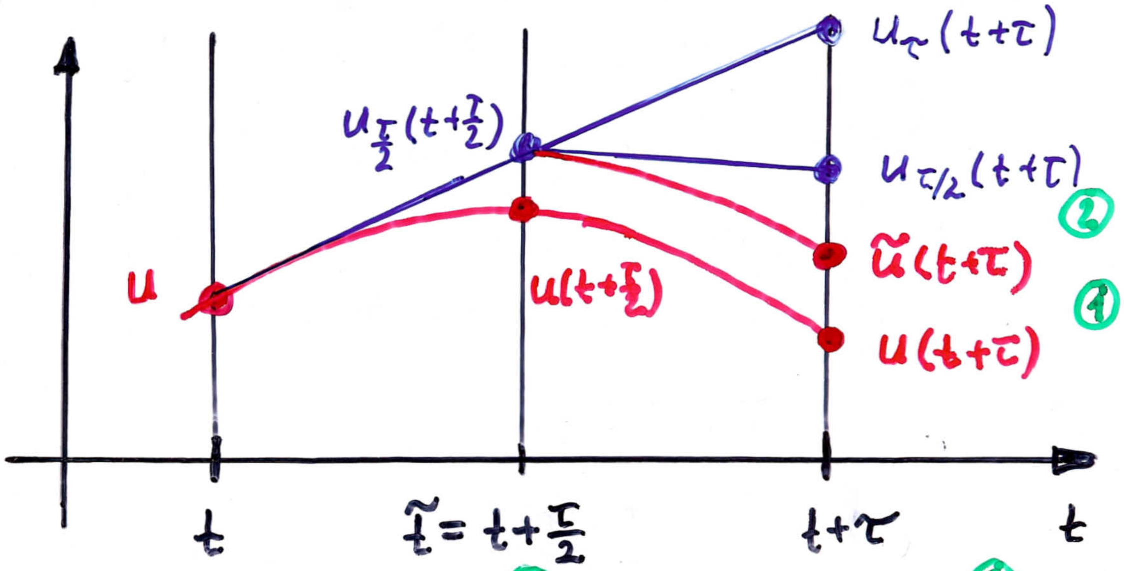
- Der Fehler nach dem 2. Schritt setzt sich aus der Fortpflanzung des ersten lokalen Fehlers (= Fehler in den AB) und dem neuen lokalen Fehler zusammen:



(21) $u(t+\tau) - u_{\tau/2}(t+\tau) = \overset{1}{\left[u(t+\tau) - \tilde{u}(\tilde{t}+\tfrac{\tau}{2})\right]} + \overset{2}{\left[\tilde{u}(\tilde{t}+\tfrac{\tau}{2}) - u_{\frac{\tau}{2}}(t+\tau)\right]}$

$$= (1+O(\tau))\, c(t,u) \left(\frac{\tau}{2}\right)^{p+1} + (c(t,u)+O(\tau)) \left(\frac{\tau}{2}\right)^{p+1} + O(\tau^{p+2})$$

$$= 2c(t,u) \left(\frac{\tau}{2}\right)^{p+1} + O(\tau^{p+2})$$

- Aus (20) und (21) kann nun $c = c(u,t)$ eliminiert werden:

$$\begin{array}{r|l}
(-1) & u(t+\tau) - u_\tau(t+\tau) = c\,\tau^{p+1} + O(\tau^{p+2}) \quad (20) \\
2^p & u(t+\tau) - u_{\frac{\tau}{2}}(t+\tau) = 2c\left(\frac{\tau}{2}\right)^{p+1} + O(\tau^{p+2}) \quad (21) \\
\hline
+ & (2^p-1)\, u(t+\tau) - 2^p u_{\frac{\tau}{2}}(t+\tau) + u_\tau(t+\tau) = O(\tau^{p+2})
\end{array}$$

Daraus folgt sofort, dass

$$\hat{u}_\tau(t+\tau) := u_{\frac{\tau}{2}}(t+\tau) + \frac{u_{\tau/2}(t+\tau) - u_\tau(t+\tau)}{2^p - 1}$$

eine bessere Näherung für die Lösung

$$u(t+\tau) = \hat{u}_\tau(t+\tau) + O(\tau^{p+2})$$

ist, d.h. mit einem um eine Ordnung verbesserten Fehler.