

• Beispiele: eingebetteter RKF

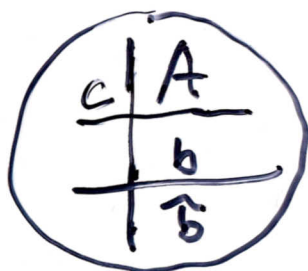
1. **RKF 2(3)** = Runge-Kutta-Fehlber-Formel

KO=2

KO=3

0				
1	1			
1/2	1/4	1/4		
	1/2	1/2	0	← Trapezregel 2
	1/6	1/6	4/6	← Simpsonregel 3

2. **DOPRI 4(5)** = 7-stufige, eingebettete, explizite RKF, die von **DO**rmand und **PR**ince (1980, 1981) vorgeschlagen wurden:



KO=4

KO=5

0						
1/5	1/5					
3/10	3/40	9/40				
4/5	44/45	-56/45	32/9			
8/9	$\frac{15322}{6561}$	$-\frac{25360}{2187}$	$\frac{64448}{6561}$	$-\frac{212}{729}$		
1	$\frac{3017}{3168}$	$-\frac{355}{33}$	$\frac{46732}{5247}$	$\frac{49}{172}$	$-\frac{5103}{18656}$	
1	$\frac{35}{384}$	0	$\frac{500}{1113}$	$\frac{125}{192}$	$-\frac{2187}{6784}$	$\frac{41}{84}$
b_c	$\frac{35}{384}$	0	$\frac{500}{1113}$	$\frac{125}{192}$	$-\frac{2187}{6784}$	0
\hat{b}_c	$\frac{5179}{57600}$	0	$\frac{7571}{16695}$	$\frac{393}{640}$	$-\frac{92091}{339200}$	$\frac{187}{1100}$

Ref.: J.R. Dormand, P.J. Prince: Higher-order embedded Runge-Kutta formula. J. Comp. App. Math., 7 (1981), 67-75.

<http://www.unige.ch/math/folks/haiver/software.html>