FE-Ansatz (6) eingesetzt in LVF (5) und getestet mit allen $v = \varphi_j$, $j = 1, 2, \ldots, n-1$, ergibt:

$$(5)_h \begin{cases} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{du_i}{dt}(t) \int_a^b \varphi_i(x)\varphi_j(x)\,dx + \sum_{i=1}^{n-1} u_i(t) \int_a^b \varkappa \frac{d\varphi_i}{dx}\frac{d\varphi_j}{dx}\,dx = \\ \qquad = \int_a^b f(x,t)\,\varphi_j(x)\,dx, \ \forall j = \overline{1,n-1} \\ AB: \sum_{i=1}^{n-1} u_i(0) \int_a^b \varphi_i(x)\varphi_j(x)\,dx = \int_a^b u_0(x)\varphi_j(x)\,dx \end{cases}$$

bzw. in Matrixform $(N = n-1)$

$(5)_h$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Ges. } \underline{u}(t) = (u_1(t), \ldots, u_N(t))^T \in C^1[0,T]: \\ M\underline{u}'(t) + K\underline{u}(t) = \underline{f}(t), \ t \in [0,T] \\ AB: \ M\underline{u}(0) = \underline{u}_0 \\ \hline \underline{u}'(t) = -M^{-1}K(t)\underline{u}(t) + M^{-1}\underline{f}(t), \ t \in [0,T] \\ AB: \ \underline{u}(0) = M^{-1}\underline{u}_0 \end{array}}$$

(1)

wobei $M = \left[\int_a^b \varphi_i(x)\varphi_j(x)\,dx \right]_{j,i=\overline{1,N}}$ – Massenmatrix,

$K = \left[\int_a^b \varkappa \frac{d\varphi_i}{dx}\frac{d\varphi_j}{dx}\,dx \right]_{j,i=\overline{1,N}}$ – Steifigkeitsmatrix,

$\underline{f}(t) = \left[\int_a^b f(x,t)\varphi_j(x)\,dx \right]_{j=\overline{1,N}}$ – Lastvektor,

$\underline{u}_0 = \left[\int_a^b u_0(x)\varphi_j(x)\,dx \right]_{j=\overline{1,N}}$ – Momentenvektor der AW.

2. Andere Beispiele (z.B. aus der Chemie) finden Sie in [JL] Pkt. 8.1 (siehe auch Ü4)!