2.8 Diskretisierungsfehlerabschätzung

■ **Exakte Lösung u des RWP (Bsp. aus Pkt. 2.2):**

$$(4)\quad \boxed{\text{Ges. } u \in V_g:\ a(u,v) = \langle F,v\rangle \ \forall v \in V_0}$$

wobei für unser Bsp. aus Pkt. 2.2:
$V_g := \{ v \in V := H^1(a,b) : v(a) = g_a \}$ – Menge d. zul. Fkten,
$V_0 := \{ v \in V : v(a) = 0 \}$ – Raum der Testfkten,
$a(u,v) := \int_a^b u'(x) v'(x)\,dx + \alpha_b u(b) v(b)$ – Bilinearform,
$\langle F,v\rangle := \int_a^b f(x) v(x)\,dx + \alpha_b g_b v(b)$ – Linearform.

■ **FE-Lösung u_h:** $N = n(p-1) + n = NX$

$$(4)_h\quad \boxed{\begin{array}{l}\text{Ges. } u_h = \sum_{i=1}^{N} u_i \varphi_i(x) + g_a \varphi_0(x) \in V_{gh}: \\ a(u_h, v_h) = \langle F, v_h\rangle \ \forall v_h \in V_{0h}.\end{array}}$$

wobei $V_{gh} := \{ v_h(x) = \sum_{i=1}^{N} v_i \varphi_i(x) + g_a \varphi_0(x) \} \subset V_g$,
$V_{0h} := \{ v_h(x) = \sum_{i=1}^{N} v_i \varphi_i(x) \} := \operatorname{span}\{\varphi_1, \dots, \varphi_N\} \subset V_0$.

$$\underline{(4)}_h\quad \boxed{\text{Ges. } \underline{u}_h = (u_1, \dots, u_N)^T \in \mathbb{R}^N:\ K_h \underline{u}_h = \underline{f}_h}$$

■ **FE-Code:**

1. Generieren ($\to$ Pkt. 2.6 / 2.7) (p=1 / p)
2. Lösen ($\to$ Pkt. 2.5 bzw. Kap. 4)

des linearen Gleichungssystem