

■ Wenden nun expliziten und impliziten Euler auf unser Testproblem (21)  $u'(t) = \lambda u(t)$  an:  
 $= f(t, u(t))$

• expliziter Euler:

(22)

$$u_{n+1} = u_n + \tau \lambda u_n = R(\tau \lambda) u_n \quad \text{mit } R(z) = 1 + z$$

• impliziter Euler:

$$u_{n+1} = u_n + \tau \lambda u_{n+1}, \text{ also}$$

$$u_{n+1} = \frac{1}{1 - \tau \lambda} u_n = R(\tau \lambda) u_n \quad \text{mit } R(z) = \frac{1}{1 - z}$$

■ Wendet man nun ein RKV auf ein "stabiles" AWP (21) an,  
 $\rightarrow$  d.h. mit  $\operatorname{Re} \lambda \leq 0$   
 (Störungen in den AW vergrößern sich nicht!),  
 dann sollte das RKV

$$u_{n+1} = R(\tau \lambda) u_n$$

die gleiche Eigenschaft haben, d.h.

$$|R(\tau \lambda)| \leq 1,$$

falls  $\lambda \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \lambda \leq 0$  und  $\lambda \in \mathcal{O}(f_u(t, u(t)))$ .  
Menge aller RW  
des Jacobi-Matrix

Diese Stabilitätsinterpretation führt zum  
Begriff der A-Stabilität!