

• Bem. 2.19:

1. Aus (15) folgt, daß in den H^1 -Fehlerabschätzungen (14) und (15) die Konstante

$(1+C_F^2)^{0.5}$ durch $(1+h^2/\sqrt{3})^{0.5} \approx 1$ ersetzt werden kann.

2. Es gelten also folgende L_2 -Abschätzungen

$$\begin{aligned} \uparrow & \bullet \|u - u_h\|_0 \leq \|u - u_h\|_1 \leq \frac{\mu_2}{\mu_1} (1 + \frac{h^2}{\sqrt{3}})^{0.5} h \|u''\|_0 \\ \downarrow & \bullet \|u - \tilde{u}_h\|_0 \leq \frac{1}{\sqrt{3}} h^2 \|u''\|_0 \end{aligned}$$

Frage! $\|u - u_h\|_0 \leq ch^2 \|u''\|_0 = O(h^2)$?

Antwort: ja, unter bestimmten Zusatzvoraussetz., nämlich H^2 -Koerzitivität der adjungierten Aufgabe (Beweis: Nitsche Trick)

3. C^1 -Abschätzungen erfordern besondere Technik:

$$\|u - u_h\|_{C^1[a,b]} = O(h^2), \text{ falls } u'' \in L_\infty(a,b).$$

• Satz 2.20:

Vor.: 1) (V1), (V2)

2) Finite Elemente p -ter Ordnung

3) $\exists u^{(p+1)} \in L_2(\delta_i) \forall i = \overline{1, n}$

Bh.: Dann gilt die Diskretisierungsfehlerabschätzung:

$$(17) \quad \|u - u_h\|_1 \leq \frac{\mu_2}{\mu_1} a_{1,p+1} h^p \left(\sum_{i=1}^n \|u^{(p+1)}\|_{L_2(\delta_i)}^2 \right)^{1/2}$$

$$\stackrel{\uparrow}{=} \frac{\mu_2}{\mu_1} a_{1,p+1} h^p \|u^{(p+1)}\|_0$$

$$u \in H^{p+1}(a,b)$$