

● Man unterscheidet:

1. A-priori-Fehlerabschätzungen:

$$\|u - u_h\| \leq c(u) h^\beta \xrightarrow{h \rightarrow 0} 0$$

mit $\beta > 0$; $\beta = \beta$ (Glattheit von u , FE) - bekannt,
 $c = c(u) > 0$: $c \neq c(h)$, aber unbekannt.

2. A-posteriori-Fehlerabschätzungen:

$$\|u - u_h\| \leq C(u_h, h) - \text{berechenbar!}$$

$$\text{z.B. } \underbrace{c \left[\sum_{e=1}^{NE} \eta_{de}^2(u_h) \right]^{1/2}}_{\text{Effektivität (efficiency)}} \leq \|u - u_h\| \leq \underbrace{\bar{c} \left[\sum_{e=1}^{NE} \eta_{de}^2(u_h) \right]^{1/2}}_{\text{Zuverlässigkeit (reliability)}}$$

Effektivität (efficiency) Zuverlässigkeit (reliability)
 wobei $\eta_{de}(u_h)$ - berechenbarer Elementfehlerschätzer
 \rightarrow Gitteradaption

■ Generelle Voraussetzungen:

(V0) V_0 -Beschränktheit der Linearform $\langle F, \cdot \rangle$;
 d.h. \exists Konstante $c \equiv \|F\| = \text{const} > 0$:

$$|\langle F, v \rangle| \leq c \cdot \|v\|_1 \quad \forall v \in V_0.$$

(V1) V_0 -Elliptizität der Bilinearform $a(\cdot, \cdot)$,
 d.h. $\exists \mu_1 = \text{const} > 0$:

$$a(v, v) \geq \mu_1 \|v\|_1^2 \quad \forall v \in V_0.$$

(V2) V_0 -Beschränktheit der Bilinearform $a(\cdot, \cdot)$,
 d.h. $\exists \mu_2 = \text{const} > 0$:

$$|a(w, v)| \leq \mu_2 \|w\|_1 \|v\|_1 \quad \forall w, v \in V_0.$$