- Wenden nun explizitem und implizitem Euler auf unser Testproblem (21) $u'(t) = \underbrace{\lambda u(t)}_{= f(t, u(t))}$ an:

  - explizitem Euler:

    (n=1) $u_{n+1} = u_n + \tau \lambda u_n = R(\tau\lambda)\, u_n$ mit $R(z) = 1+z$

  - implizitem Euler:

    $u_{n+1} = u_n + \tau \lambda u_{n+1}$, also

    $u_{n+1} = \frac{1}{1-\tau\lambda} u_n = R(\tau\lambda)\, u_n$ mit $R(z) = \frac{1}{1-z}$

- Wendet man nun ein RKV auf ein "stabiles" AWP (21) an,

  → d.h. mit $\mathrm{Re}\,\lambda \le 0$

  (Störungen in den AW vergrößern sich nicht!),

  dann sollte das RKV

  $$u_{n+1} = R(\tau\lambda)\, u_n$$

  die gleiche Eigenschaft haben, d.h.

  $$|R(\tau\lambda)| \le 1,$$

  falls $\lambda \in \mathbb{C}$: $\mathrm{Re}\,\lambda \le 0$ und $\lambda \in \sigma(f_u(t, u(t)))$.

  Menge aller EW der Jacobi-Matrix

  Diese Stabilitätsinterpretation führt zum Begriff der A-Stabilität!