$\Rightarrow$ Erhalten also für den Fehler $z(t) = \tilde{u}(t) - u(t)$

$$z'(t) = \underbrace{f_u(t, u(t))\, z(t)}_{} + o(\cancel{z(t)})\,, \quad z(0) = \delta$$

einfrieren der Jacobi-Matrix

$J = f_u(t_*, u(t_*)) = [\ \cdots\ ]_{N \times N}$, z.B. für $t_* = 0$

Dann ist die Dgl.

$$(23) \quad z'(t) = J\, z(t) \qquad (\text{vgl. } (\underline{5})_h : J = -M^{-1}K)$$

ein Modell für die Fehlerausbreitung

- Sei J diagonalisierbar, d.h.
  - $\exists$ vollständiges System von EV: $v_1, \dots, v_N$
  - EW : $\lambda_1, \dots, \lambda_N$

EWP $J v_i = \lambda_i v_i$

Ansatz:

$$z(t) = \sum_{i=1}^{N} \eta_i(t)\, v_i$$

Eingesetzt in (23) ergibt das:

$$z'(t) \equiv \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \eta_i'(t)\, v_i}_{} = J\, z(t) \equiv \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \eta_i(t)\, \overbrace{\lambda_i v_i}^{J v_i}}_{}$$

d.h. $\boxed{\eta_i'(t) = \lambda_i \eta_i(t)\,, \quad \forall i = \overline{1, N}}$ $\;\hat{=}\;$ (21)

- <u>Schlußfolgerung:</u>

Verhalten des Integrationsverfahren (RKF) für (21) mit $\lambda \in \sigma(f_u(t, u(t))) := \{\text{EW der Jacobi-Matrix}\}$ gibt Aufschluß über die Stabilität des Verfahrens!

$\sigma(f_u)$ – Spektrum