

Bemerkung zur Lipschitz-Konstante L:

FEM-Semidiscretisierung der parabolischen ARWA (4) bzw. LVF (5) führt auf die AWA

(5)_h

$$\begin{aligned} \text{Ges. } \underline{u}(t) &= (u_1(t), \dots, u_N(t))^T \in C^1[0, T]: \\ \underline{u}'(t) &= -M^{-1}K \underline{u}(t) + M^{-1}\underline{f}(t), \quad t \in [0, T] \\ \underline{u}'(t) &= f(t, \underline{u}(t)) \\ \underline{u}(0) &= M^{-1}\underline{u}_0 \end{aligned}$$

Lipschitz-Konstante L:

$$|f(t, v) - f(t, w)| := \|f(t, v) - f(t, w)\|_{\mathbb{R}^N} =$$

$$= \|-M^{-1}Kv - (-M^{-1}Kw)\|$$

$$\ominus \oplus \quad = \|-M^{-1}K(v-w)\|$$

$$\leq \lambda_{\max}(M^{-1}K) \|v-w\| \quad \forall t \in [0, T] \quad \forall v, w \in \mathbb{R}^N$$

d.h.

$$L = \lambda_{\max}(M^{-1}K) = O(h^{-2}) \leq ch^{-2}$$

d.h.

$$|\underline{u}(t_j) - \underline{u}_j| \leq \frac{e^{ch^{-2}T} - 1}{ch^{-2}} c_K(u) \tau^p + e^{ch^{-2}T} |\underline{u}(0) - M^{-1}\underline{u}_0|$$

$$c^{-1}h^2 e^{ch^{-2}T} = h^2 e^{h^{-2}} = 10^{-4} e^{10^4} \approx 10^{4338} \quad \text{!}$$

$c=1, T=1$ $\uparrow$ $h=10^{-2}$

Rdf = 10^{-16}