

Beispiele aus PKt. 5.2.1.:

① Expliziter Euler = 1-stufige explizite RK-Formel
mit dem Tableau

$$\begin{array}{c|c} 0 & \\ \hline & 1 \end{array}$$

② Impliziter Euler = 1-stufige implizite RK-Formel
mit dem Tableau

$$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline & 1 \end{array}$$

③ Crank-Nicolson = 2-stufige implizite RK-Formel
mit dem Tableau

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \\ \hline & 1/2 & 1/2 \end{array}$$

④ Verbesserte Euler-Methode (= expl. Gauß1 / MPR)
= 2-stufige explizite RK-Formel mit dem Tableau

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ \hline & 0 & 1 \end{array}$$

Bem. 5.2: ① - ③ sind Spezialfälle der θ -Methode
= i.a. 2-stufiges RK-Verfahren mit dem Tableau

$$\theta \in [0, 1] \quad \begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1-\theta & \theta \\ \hline & 1-\theta & \theta \end{array} \quad \begin{array}{l} \theta = 0: \text{expliziter Euler} \\ \theta = 1/2: \text{Crank-Nicolson} \\ \theta = 1: \text{impliziter Euler} \end{array}$$

Die sogenannte „Klassische Runge-Kutta-Formel“ ist
die 4-stufige explizite RK-Formel mit dem Tableau

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ 1/2 & 1/2 & & \\ 1/2 & 0 & 1/2 & \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline & 1/6 & 1/3 & 1/3 & 1/6 \end{array}$$

Für ein Quadraturproblem $u'(t) = f(t)$ wird aus der
Klassischen RK-Formel die verallgem. SIMPSON-Regel.