4.1. Direkte Verfahren

4.1.1. Das Gaußsche Eliminationsverfahren und seine Interpretation als LU-Zerlegung

■ **Eliminationsschritt:** Überführung in Dreiecksgestalt

• **Bez.:** $A^{(0)} = [a_{ij}^{(0)}] := A = [a_{ij}]_{i,j=\overline{1,n}}$

$b^{(0)} = [b_i^{(0)}] := b = [b_i]_{i=\overline{1,n}}$

Oberer Index (k) bedeutet k-ter Eliminationsschritt

• **k=1:** Im 1. Schritt eliminieren wir x_1 aus der 2. bis n-ten Gleichung mit geeigneten Vielfachen der 1. Gleichung:

$$A^{(1)} x = b^{(1)}$$

mit

$$A^{(1)} = \left[\begin{array}{c|ccc} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ \hline 0 & a_{22}^{(1)} & \dots & a_{2n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \text{Restmatrix} & \vdots \\ 0 & a_{n2}^{(1)} & \dots & a_{nn}^{(1)} \end{array}\right], \quad b^{(1)} = \begin{bmatrix} c_1 \\ b_2^{(1)} \\ \vdots \\ b_n^{(1)} \end{bmatrix}$$

Pivotelement

wobei

$$(3)^{(1)} \quad \begin{aligned} u_{1j} &= a_{1j}^{(0)} = a_{1j}, \quad j = 1,2,\dots,n \\ l_{i1} &:= a_{i1}^{(0)} / a_{11}^{(0)}, \quad i = 2,\dots,n \\ a_{ij}^{(1)} &:= a_{ij}^{(0)} - l_{i1} u_{1j}, \quad i,j = 2,\dots,n \end{aligned}$$

und

$$c_1 = b_1^{(0)} = b_1$$

$$b_i^{(1)} = b_i^{(0)} - l_{i1} c_1, \quad i = 2,3,\dots,n = \overline{2,n}$$