Beurteilung des Fehlers $e = \overset{(4)}{u} - \overset{(4)_h}{u_h} \in \tilde{V}_0$:

- Zur Beurteilung des Fehlers benötigen wir eine Norm $\|\cdot\|$ (siehe Pkt. 2.1: Normaxiome). In der Praxis sind folgende Normen interessant:

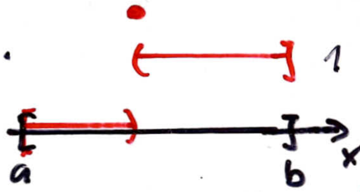
1. **C-Norm:** $\|v\|_C \equiv \|v\|_{C[a,b]} := \max\limits_{x \in [a,b]} |v(x)|$, d.h.

$$\|u - u_h\|_C = \max_{x \in [a,b]} |u(x) - u_h(x)| \leq ? \quad (h \to 0)$$

Bemerkung: L_∞-Norm: $\|v\|_\infty := \operatorname*{ess\,sup}\limits_{x \in (a,b)} |v(x)|$

max	min
sup	inf
ess sup	ess inf

z.B.



$\Rightarrow \|v\|_{L_\infty(a,b)} = 1$

2. **L_2-Norm:** $\|v\|_{L_2(a,b)} \equiv \|v\|_0 := \sqrt{\int_a^b |v(x)|^2\, dx}$:

$L_p(a,b)$ ... p

$$\|u - u_h\|_0 = \sqrt{\int_a^b |u(x) - u_h(x)|^2\, dx} \leq ? \quad (h \to 0)$$

3. **H^1-Norm:** $\|v\|_{H^1(a,b)} \equiv \|v\|_1 := \sqrt{\int_a^b (v^2 + (v')^2)\, dx}$:

$$\|u - u_h\|_1 = \sqrt{\int_a^b \left[|u(x) - u_h(x)|^2 + |u'(x) - u_h'(x)|^2 \right] dx} \leq ? \quad (h \to 0)$$

4. **Energienorm:** $|||v||| := \sqrt{a(v,v)}$,
falls die Bilinearform $a(\cdot,\cdot)$
 - symmetrisch, d.h. $a(u,v) = a(v,u)\ \forall u,v \in \tilde{V}_0$,
 - positiv, d.h. $a(v,v) > 0\ \forall v \in \tilde{V}_0 : v \not\equiv 0$

ist:

$$|||u - u_h||| \equiv \|u - u_h\|_E := \sqrt{a(u - u_h, u - u_h)} \leq ? \quad (h \to 0)$$