

2 Festkörpermechanik

2.1 Der Zugstab

- 18** Ein homogener Zugstab ($\rho, E = \text{const.} > 0$) werde zeitharmonisch erregt, d.h. $f(x, t) = f(x) \exp(i\omega t)$ und $g_l(t) = g_l \exp(i\omega t)$, wobei ω die Erregerfrequenz bezeichnet. Man suche die periodischen Lösungen und bestimme die kritischen Frequenzen (siehe auch Folie 10, Ü 2.2) !

2.2 Lineare Elastizitätstheorie

2.2.1 Spannungszustand

- 19** Schneiden Sie virtuell einen Würfel

$${}^{\prime\prime}\Delta x := \left[x_1 - \frac{\Delta x_1}{2}, x_1 + \frac{\Delta x_1}{2}\right] \times \left[x_2 - \frac{\Delta x_2}{2}, x_2 + \frac{\Delta x_2}{2}\right] \times \left[x_3 - \frac{\Delta x_3}{2}, x_3 + \frac{\Delta x_3}{2}\right]$$

aus einem im Gleichgewicht befindlichen Körper heraus und schreiben Sie das Kräftegleichgewicht (z.B. in x_1 -Richtung) auf (siehe auch Folie 11, Ü 2.4) !

- 20** Zeigen Sie die Transformationsformel

$$t_i^{(n)}(x) = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ji}(x) n_j, \quad i = 1, 2, 3, \quad \forall n = (n_1, n_2, n_3)^T \in R^3 : |n| = 1,$$

indem Sie das Kräftegleichgewicht an einem Tetraeder betrachten (siehe auch Folie 11, Ü 2.3) !

- 21*** Für die folgenden, jeweils 4 Schnittebenen

$$\tilde{n}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \tilde{n}^{(2)} = \begin{pmatrix} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \tilde{n}^{(3)} = \begin{pmatrix} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

gilt:

$$\tau_1 = \tau_{\tilde{n}^{(1)}} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_2 = \tau_{\tilde{n}^{(2)}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \quad \tau_3 = \tau_{\tilde{n}^{(3)}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2},$$

$$\sigma_{\tilde{n}^{(1)}} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}, \quad \sigma_{\tilde{n}^{(2)}} = \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}, \quad \sigma_{\tilde{n}^{(3)}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}.$$

Man zeige, dass die sogenannten Hauptschubspannungen τ_1, τ_2, τ_3 Extremalwerte der Schubspannungen sind !