Numerik Partieller Differentialgleichungen WS 2016 / 17
6. Übung Montag, 21. November 2016, 10.15–11.45, S2 054

Programmierteil.
In dieser Übung soll die globale Steifigkeitsmatrix und der globale Lastenvektor für das reine Neumann-Randwertproblem assembliert werden. Dazu soll die Matrixstruktur aus Aufgabe 24 verwendet werden.

---

25 Man erstelle eine Funktion

```
void ElementStiffnessMatrix(double xa, double xb, Mat22& elMat);
```

die für ein gegebenes Element $T_K = (x_{k-1}, x_k) = (\mathtt{xa}, \mathtt{xb})$ einer Zerlegung die Element-Steifigkeitsmatrix

$$K_h^{(k)} = \int_{T_k} \begin{pmatrix} \varphi'_{k-1}(x) \\ \varphi'_k(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi'_{k-1}(x) \\ \varphi'_k(x) \end{pmatrix}^\top \mathrm{d}x = \frac{1}{h_k} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

für stückweise lineare und stetige Funktionen berechnet und in dem Matrixtyp `elMat` speichert. Weiters implementiere man eine Methode `void TestElementMatrix()` welche eine Element-Steifigkeitsmatrix berechnet und die berechnete Werte in der Konsole ausgibt.

26 Man implementiere eine Funktion

```
void ElementLoadVector(RealFunction f, double xa, double xb,
                        Vec2& elVec);
```

welche für eine gegebene Funktion $\mathtt{f} = f \in \mathcal{C}[0,1]$ und für ein gegebenes Element $T_K = (x_{k-1}, x_k) = (\mathtt{xa}, \mathtt{xb})$ eine Approximation des Element-Lastenvektors

$$\underline{f}_h^{(k)} = \int_{T_k} f(x) \begin{pmatrix} \varphi_{k-1}(x) \\ \varphi_k(x) \end{pmatrix} \mathrm{d}x$$

mit Hilfe der Trapezregel berechnet und im Datentyp `elVec` speichert. Weiters implementiere man eine Methode `void TestElementVector()` welche für ein gegebenes Element den Element-Lastenvektor berechnet und die berechneten Werte in der Konsole ausgibt.

27 Man schreibe eine Assemblier-Routine, die die globale Steifigkeitsmatrix

$$K_h = [K_{ij}]_{i,j=0}^{n_h} \in \mathbb{R}^{(n_h+1)\times(n_h+1)} \quad \text{mit } K_{ij} = \int_a^b \varphi'_j(x)\varphi'_i(x)\mathrm{d}x, \quad i,j = 0, \ldots, n_h$$

für das reine Neumann-Randwertproblem und dem Rechengebiet (a,b) assembliert. Dazu berechne man für jedes Element einer gegebenen Zerlegung die lokale Steifigkeitsmatriz und assembliere diese in eine tridiagonale Matrix vom Typ `SMatrix`.

Man teste diese Routine für eine gegebene Zerlegung und gebe die berechnete Steifigkeitsmatrix in der Konsole aus.

$\boxed{28}$ Man schreibe eine Assemblier-Routine, die den globalen Lastenvektor

$$\underline{f}_h = [f_i]_{i=0}^{n_h} \in \mathbb{R}^{n_h+1} \quad \text{mit } f_i = \int_a^b f(x)\varphi_i(x)\mathrm{d}x, \quad i = 0, \ldots, n_h$$

für eine gegebene Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ assembliert. Dazu berechne man für jedes Element einer gegebenen Zerlegung den approximierten lokalen Elementvektor und assembliere diesen in den globalen Lastenvektor.

Man teste diese Routine für eine gegebene Zerlegung und gebe den berechneten Lastenvektor in der Konsole aus.