

P R O S E M I N A R

zur Vorlesung

“Mathematische Modelle in der Technik“

PS V 17.11. 2016 (Zeit : 13⁴⁵ – 15¹⁵ Raum : S2 346): **14** - **16**

1.6 Wärmeleit-/Wärmetransportprobleme

- 14** Die Bestimmung der Temperaturverteilung $u(y)$ in einem homogenen ($c, \rho, \lambda = \text{const.}$), mantelisierten, wärmequellenfreien, dünnen Draht der Länge l , der mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, am linken Rand auf 0°C und rechten Rand auf 1°C gehalten wird, führt nach Skalierung $x = y/l$ auf das Randwertproblem (siehe Vorlesung)

$$-u''(x) + pu'(x) = 0, \quad \forall x \in (0, 1), \quad u(0) = 0, \quad u(1) = 1. \quad (1.17)$$

Bestimmen Sie $p = p(c, \rho, \lambda, v, l) = ?$, lösen Sie dann das Randwertproblem (1.17) analytisch und diskutieren Sie das Verhalten der Lösung für $v \rightarrow \infty$!

1.7 Das TWD - Projekt

- Transparente Wärmedämmung (TWD) stellt eine Möglichkeit dar, das auf eine Gebäudefassade auftreffende Sonnenlicht in Wärme umzuwandeln und für Heizzwecke nutzbar zu machen.

Unter bestimmten Annahmen (die näherungsweise zu bestimmten Tagesperioden in den Wintermonaten erfüllt sind) kann das folgende stationäres 1D Wärmeleitproblem als mathematisches Modell zur Bestimmung der Temperaturverteilung $u(\cdot)$ aufgeschrieben werden (es dient später zur Verifizierung der numerische Methoden zur Simulation und Optimierung):

$$x = 0 \text{ (RB 1. Art): } u(0) = u_I,$$

$$x \in (0, d_z) \text{ (Ziegel): } -\lambda_z u''(x) = 0,$$

$$x = d_z \text{ (Interface Ziegel - Wabe):}$$

$$u(d_z - 0) = u(d_z + 0) \text{ und } -\lambda_z u'(d_z - 0) = -\lambda_w u(d_z + 0)$$

$$x \in (d_z, d_z + d_w) \text{ (Wabe): } -\lambda_w u''(x) = f(x),$$

$$x = d_z + d_w \text{ (Interface Wabe - Luft):}$$

$$u(d_z + d_w - 0) = u(d_z + d_w + 0) \text{ und } -\lambda_w u'(d_z + d_w - 0) = -\lambda_l u(d_z + d_w + 0)$$

$$x \in (d_z + d_w, d_z + d_w + d_l) \text{ (Luft): } -\lambda_l u''(x) = 0,$$

$$x = d_z + d_w + d_l \text{ (RB 1. Art): } u(d_z + d_w + d_l) = u_A,$$

- 15** Bestimmen Sie die Temperaturverteilung $u(x)$, $x \in [0, d_z + d_w + d_l]$, durch die analytische Lösung der RWA !

- 16** Bestimmen Sie den Wärmeeintrag $\lambda_z u'(0+) = ?$ in das Haus und diskutieren Sie das erhaltene Resultat !