P R O S E M I N A R

zur Vorlesung

“Mathematische Modelle in der Technik”

PS II 23.10.2015 (Zeit : $10^{\underline{15}} - 11^{\underline{45}}$) Raum : S2 059 : $\boxed{6}$ - $\boxed{9}$

$\boxed{6}$ Berechnen Sie analytisch das Temperaturfeld $u(\cdot)$ gemäss der Wärmeleitgleichung (1.5) aus der Vorlesung für die Daten:
$a = 0, b = 1, \eta \in (0, 1)$ fix, $q = 0, f = 0, g_a = 1, g_b = 0$ und

$$\lambda(x) := \left\{ \begin{array}{lcl} \lambda_1 & = & \text{const} > 0 \text{ für } x < \eta \\ \lambda_2 & = & \text{const} > 0 \text{ für } x > \eta \end{array} \right\}$$

mit $0 < \lambda_2 < \lambda_1$!
Führen Sie Parameterstudien mit dem Wärmeleitkoeffizienten durch:

a) $\lambda_2 \longrightarrow 0$

b) $\lambda_1 \longrightarrow \infty$

$\boxed{7}$ Wir betrachten wieder das Wärmeleitproblem aus $\boxed{6}$ aber jetzt mit freiem Wärmeübergang an den Randpunkten

$$\begin{aligned} \lambda_1 u'(a) &= \alpha_a(u(a) - 1) \\ -\lambda_2 u'(b) &= \alpha_b u(b) \end{aligned}$$

mit positiven Wärmeübergangszahlen α_a und α_b. Berechnen Sie wieder analytisch das Temperaturfeld $u(\cdot)$ und führen Sie jetzt Parameterstudien mit der Wärmeübergangszahl α durch:

a) $\alpha_a \longrightarrow \infty$

b) $\alpha_b \longrightarrow \infty$

$\boxed{8}$ Wir betrachten das Wärmeleitproblem (1.4) aus der Vorlesung mit den Daten:
$a = 0, b = 1, \lambda(x) = \lambda = const > 0, f = 0, g_a = 0, g_b = 1$ und

$$\overline{q}(x) = q = const > 0 \qquad\qquad u_A(x) = u_A = const.$$

Berechnen Sie analytisch das Temperaturfeld für

a) $u_A = 0$

b) $u_A = 10$

und visualisieren Sie die Lösung für verschiedene Werte von q !

$\boxed{9}$ Wir betrachten das Wärmeleitproblem (1.4) aus der Vorlesung mit den Daten:
$a = 0, b = 1, \lambda(x) = \lambda = 1, \overline{q} = const > 0, u_A = 0, g_a = 0, g_b = 1.$
Berechnen Sie analytisch das Temperaturfeld für

a) $f(x) = \cos(16\pi x)$
b) $f(x) = \cos(16\pi x) + k\, x(1 - x)$

und visualisieren Sie die Lösung für verschiedene Werte von $k > 0$!