P R O S E M I N A R

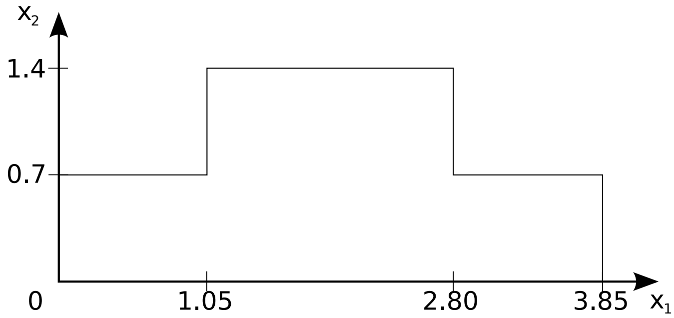
zur Vorlesung

“Mathematische Modelle in der Technik“

$\boxed{\textbf{PS IV}}$ 20.11. 2014 (Zeit : $15^{\underline{30}} - 17^{\underline{00}}$ Uhr; Raum : K 223B): $\boxed{\text{TP III}}$, $\boxed{12}$

1.6.2 Instationäre Temperaturverteilung in einem Betonträger (Teamprojekt 3)

◯ Gegeben ist ein Betonträger mit dem skizzierten Querschnitt, der an der Unterseite und an den vertikalen Seitenflächen wärmeisoliert ist. Auf den Oberseiten ist eine wellenförmige Abdeckung angebracht. Der Träger wird von der Sonne beschienen. Gesucht ist die Temperaturverteilung im Laufe eines Tages, wenn man zu Sonnenaufgang eine homogene Temperatur von 5^o C voraussetzt. Wir sind am Temperaturfeld in der Mitte des Trägers interessiert !



- Maße des Trägers: Länge: 20.00 m, Höhe: 1.40 m, Breite: 3.85 m;
- Materialkonstanten: $\rho = 2450 \frac{kg}{m^3}$, $c = 900 \frac{J}{kg*K}$, $\lambda = 2.457 \frac{W}{K*m}$;
- Sonneneinstrahlung:
  - Zeit zwischen Sonnenaufgang und -untergang: 12 h,
  - Intensität der Sonneneinstrahlung: $\sin(2\pi t/24)$,
  - Räumliche Variation infolge der wellenförmigen Abdeckung: $0.5(1 + \cos(\frac{40\pi x}{7}))$;
  - Maximale Sonneneinstrahlung am Mittag: $1000 \frac{W}{m^2}$.

$\boxed{\text{TP IIIa}}$ Modellieren Sie den tatsächlichen Wärmeeintrag $[W/m^2]$ durch die Sonneneinstrahlung durch eine Neumann-Randbedingung auf den horizontalen Oberflächenteilen (Oberseite) des Betonträgers ! Nehmen Sie dazu an, dass die Sonnenstrahlen nur vertikal einfallen.

$\boxed{\text{TP IIIb}}$ Modellieren Sie das oben beschriebene instationäre Wärmeleitproblem durch eine ARWA in klassischer Formulierung in einem möglichst kleinen Rechengebiet Ω (Hinweis: Dimensionsreduktion und Ausnutzung von Symmetrien) !

1.7 Wärmeleit-/Wärmetransportprobleme

$\boxed{12}$ Die Bestimmung der Temperaturverteilung $u(y)$ in einem homogenen ($c, \rho, \lambda = const.$), mantelisolierten, wärmequellenfreien, dünnen Draht der Länge l, der mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, am linken Rand auf 0^o C und rechten Rand auf 1^o C gehalten wird, führt nach Skalierung $x = y/l$ auf das Randwertproblem (siehe Vorlesung)

$$-u''(x) + pu'(x) = 0, \ \forall x \in (0,1), \ u(0) = 0, \ u(1) = 1. \tag{1.6}$$

Bestimmen Sie $p = p(c, \rho, \lambda, v, l) = ?$, lösen Sie dann das Randwertproblem (1.6) analytisch und diskutieren Sie das Verhalten der Lösung für $v \longrightarrow \infty$!