ÜBUNGEN ZU

ANALYSIS FÜR PHYSIKER(INNEN)

für den 05. 12. 2012

---

55. Finden Sie eine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) = y(x) \cdot (1 - y(x)),$$

die die Bedingung

$$y(0) = \frac{1}{2}$$

erfüllt.

56. Finden Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$x \cdot y' - y = x.$$

57. Finden Sie Lösungen der Differentialgleichung

$$y'' - 3y' + 2y = 0.$$

58. Finden Sie Lösungen der Differentialgleichung

$$y'' + 3y' + \frac{5}{2}y = 0.$$

59. Finden Sie Lösungen der Differentialgleichung

$$y'' - 2y' + y = e^x.$$

60. Die Differentialgleichung für den radioaktiven Zerfall lautet

$$N'(t) = -\lambda\, N(t).$$

Dabei beschreibt $N(t)$ die Menge der zur Zeit t noch nicht zerfallenen Kerne und λ ist eine positive Konstante (die Zerfallskonstante). Finden Sie die Lösung dieser Differentialgleichung.

61. Der Strom $I(t)$ in einem elektrischen Schwingkreis, bestehend aus einer Spule und einem Kondensator, erfüllt die Differentialgleichung

$$L\, I''(t) + \frac{1}{C}\, I(t) = 0.$$

Dabei ist $L > 0$ die (konstante) Induktivität der Spule und $C > 0$ die (konstante) Kapazität des Kondensators. Bestimmen Sie die Lösungen dieser Differentialgleichung.

62. Finden Sie jene Lösung $x(t)$ der Differentialgleichung

$$m\,x''(t) = -m\,g - k\,x(t),$$

die die Anfangsbedingungen

$$x(0) = 0 \quad \text{und} \quad x'(0) = 0$$

erfüllt. Dabei sind m, g und k gegebene positive Konstante.

63. Finden Sie die Lösungen der Differentialgleichung (harmonischer Oszillator mit Dämpfung):

$$mx''(t) = -k\,x(t) - b\,x'(t)$$

mit der Masse $m > 0$, dem Reibungskoeffizienten $b > 0$ und der Federkonstanten $k > 0$.