

**ÜBUNGEN ZU
ANALYSIS FÜR PHYSIKER(INNEN)**

für den 21. 11. 2012

37. Berechnen Sie

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} dx$$

38. Berechnen Sie

$$\int \frac{x + 1}{(x^2 + 1)^2} dx$$

39. Berechnen Sie eine Partialbruchzerlegung der Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)}$$

40. Berechnen Sie:

$$\int \frac{x^3 + x^2 - x + 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)} dx$$

41. Berechnen Sie:

$$\int \frac{x^4 + 4x^2 + x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx$$

42. Berechnen Sie

$$\int \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx$$

Hinweis: Verwenden Sie die Substitutionsregel mit $x = 2 \arctan t$.

43. Bestimmen Sie das unbestimmte Integral

$$\int x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

und damit das bestimmte Integral

$$\int_a^b x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Welchen Wert besitzt das bestimmte Integral für $a = -b$?

44. Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}$:

$$\int_0^{2\pi} \sin^n x \, dx$$

Hinweis: Verwenden Sie die Rekursion aus Beispiel 36.

45. Berechnen Sie die Integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} \, dx \quad \text{und} \quad \int_0^{\pi} \frac{1}{\cos^2 x} \, dx$$

Hinweis: $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.