

**ÜBUNGEN ZU
ANALYSIS FÜR PHYSIKER(INNEN)**

für den 14. 11. 2012

28. Zeigen Sie:

$$\int \arccos x \, dx = x \cdot \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C.$$

29. Verwenden Sie die Formel der partiellen Integration für $f(x) = x$ und $g(x) = \arcsin x$ zur Bestimmung einer Stammfunktion für $\arcsin x$.

30. Berechnen Sie eine Stammfunktion von $\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$ für $x \in (-1, 1)$.

Hinweis: $x = \sin t$.

31. Berechnen Sie eine Stammfunktion von $\frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^3}}$ für $x \in (1, \infty)$.

Hinweis: $x = \cosh t$.

32. Berechnen Sie eine Stammfunktion für $e^x \cdot \sin x$.

Hinweis: Zweimalige partielle Integration.

33. Berechnen Sie

$$\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} \, dx$$

34. Sei $n \in \mathbb{N}_0$ und bezeichne $T_n(x)$ das Taylor-Polynom der Exponentialfunktion e^x an der Stelle $x_0 = 0$ vom Grad n . Bestimmen Sie jene Stammfunktion von $T_n(x)$, die an der Stelle $x = 0$ den Wert 1 besitzt.

35. Zeigen Sie für $x \in \mathbb{R}$ und $t \in (0, \infty)$:

$$\int t^x e^{-t} \, dt = -t^x e^{-t} + x \int t^{x-1} e^{-t} \, dt.$$

36. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$:

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cdot \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, dx$$

Hinweis: Gehen Sie ähnlich wie in der Vorlesung im Spezialfall $n = 2$ vor.