

• Variationsformulierung (VF): \rightarrow VO "(N) PD₂!"

Es gibt mehrere Möglichkeiten, die ARWA (28) in eine Variationsformulierung zu überführen, z.B. können wir (28) mit einer x - und t -abhängigen Testfkt. $w(x,t)$ multiplizieren und über Q_T integrieren:

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } \int_{\Omega} c_g \int_0^T \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) w(x,t) dt dx - \int_0^T \int_{\Omega} \operatorname{div}(\Lambda \nabla u) w dx dt = \int_{Q_T} f w dx dt \\
 & \quad + \int_{Q_T} c_g \vec{v} \cdot \nabla u w dx dt
 \end{aligned}$$

immer

↪

In der Praxis verwendet man aber meist die sogenannte Linienvariationsformulierung (LVF):

$$\int_{\Omega} (38) v(x) dx \quad \forall v \in \bar{V}_0 \quad \forall (\text{für fast alle}) t \in (0, T)$$

Mit der Standardprozedure (①-⑤) siehe Folie 5) erhalten wir dann die LVF (o.B.d. Allg.: $g=0$)

Ges. $u(\cdot, \cdot)$ mit $\forall t \in (0, T): u \in \bar{V}_0, \dot{u} \in L_2(\Omega)$:

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} c_g \frac{\partial u}{\partial t}(x,t) w(x) dx + \int_{\Omega} \Lambda \cdot \nabla u \cdot \nabla w dx + \int_{\Omega} c_g \vec{v} \cdot \nabla u \cdot w dx = \\
 & = \int_{\Omega} f(x,t) w(x) dx \quad \forall v \in \bar{V}_0 = \dot{H}^1(\Omega) \quad \forall t \in (0, T)
 \end{aligned}$$

+ AB: $u(\cdot, 0) = u_0(\cdot)$ in $L_2(\Omega)$