

- Unter Verwendung des Fourierschen Gesetzes

$$(9) \quad \sigma_i(x) = -\lambda_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i}(x) \quad (\text{orthotropes Material})$$

das die Proportionalität des Wärmestroms σ_i in x_i -Richtung zu $-\frac{\partial u}{\partial x_i}$ widerspiegelt, wobei der Proportionalitätsfaktor λ_i Wärmeleitkoeffizient heißt, erhalten wir aus (8) die

Wärmeleitgleichung in integraler Form (Bilanzform)

Ges. Temperaturfeld $u(x) = u(x_1, x_2, x_3)$:

$$(10) \quad - \sum_{i=1}^3 \int_{x_k - \frac{\Delta x_k}{2}}^{x_k + \frac{\Delta x_k}{2}} \int_{x_j - \frac{\Delta x_j}{2}}^{x_j + \frac{\Delta x_j}{2}} \left[\lambda_i \frac{\partial u}{\partial x_i} \Big|_{\xi_i = x_i + \frac{\Delta x_i}{2}} - \lambda_i \frac{\partial u}{\partial x_i} \Big|_{\xi_i = x_i - \frac{\Delta x_i}{2}} \right] d\xi_j d\xi_k$$

$$\begin{aligned} l=1 &\rightarrow k=2, j=3 && x_1 + \frac{\Delta x_1}{2} & x_2 + \frac{\Delta x_2}{2} & x_3 + \frac{\Delta x_3}{2} \\ l=2 &\rightarrow k=1, j=3 &= & \int & \int & \int f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \\ l=3 &\rightarrow k=1, j=2 && x_1 - \frac{\Delta x_1}{2} & x_2 - \frac{\Delta x_2}{2} & x_3 - \frac{\Delta x_3}{2} \end{aligned}$$

$$\forall x \in \Omega \quad \forall \Delta x_i > 0: \quad \bigcap_{i=1}^3 [x_i - \frac{\Delta x_i}{2}, x_i + \frac{\Delta x_i}{2}] =: \Delta x \subset \Omega,$$

$$\text{RB: } u(x) = g(x) \quad \forall x \in \Gamma = \partial\Omega \quad (\text{Dirichlet})$$

$$\rightarrow g = g_1 = g_0$$

Bem. 1 1) VO "NPDgl" bzw. "NEPDgl":

Bilanzform ist Ausgangspkt für FVM.

2) Wärmeleitgleichung in Bilanzform (10) gilt allgemein, d.h. auch für inhom. Materialien, verschiedene Materialien, stückweise stetige Quellen etc.