Andere mathematische Modelle der Wärmeleitung:

⇒ siehe Vorlesung (VO)

- Partielle Differentialgleichungen (PDgl.)
- Numerik partieller Differentialgl. (NPDgL.)

1. Variationsformulierung (VF): MODELL 3

Ausgangspkt: = Differentielle Form (4)

bzw. (5) (muss! (5) ⟶ VF(6))

Formale Schritte: (4) ⟶ VF(6) NPDgl

① Wahl des Raumes der Testfkt.:

$$V_0 = \{ v \in V = W_2^1(a,b) = H^1(a,b) : v(a) = 0, v(b) = 0 \}$$

② Multiplizieren Dgl. (4) mit Testfkt. $v \in V_0$ und integrieren über $\Omega = (a,b)$:

$$\int_a^b [-(\lambda u')' + \bar{q} u] v \, dx = \int_a^b [f + \bar{q} u_A] v \, dx \quad \forall v \in V_0$$

③ Partielle Integration im Hauptteil: $\int_a^b [-(\lambda u')' v + \ldots$

$$\int_a^b [\lambda u' v' + \bar{q} u v] \, dx - \underbrace{(\lambda u' v)}_{\text{nat.}}\Big|_a^b = \int_a^b [f v + \bar{q} u_A v] \, dx \quad \forall v \in V_0$$

$\overset{"}{0}$

④ Verarbeitung natürlicher RB, d.h. 2 bzw. 3. Art

$-\lambda(b) u'(b) = \ldots$, $\lambda(a) u'(b) = \ldots$ entfällt hier!

⑤ Festlegung der Mannigfaltigkeit, in der Lsg. ges. wird:

$$V_g := \{ u \in V = H^1(a,b) : u(a) = g_a \text{ und } u(b) = g_b \}$$

Resultat: Variationsformulierung

$$\boxed{\text{Ges. } u \in V_g : \underbrace{\int_a^b [\lambda u' v' + \bar{q} u v] \, dx}_{a(u,v)} = \underbrace{\int_a^b [f v + \bar{q} u_A v] \, dx}_{\langle F, v \rangle} \quad \forall v \in V_0} \tag{6}$$