

**ÜBUNGEN ZU  
ANALYSIS FÜR PHYSIKER(INNEN) II**

für den 16. 05. 2012

---

55. Seien  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  mit  $\alpha, \beta > 0$ . Berechnen Sie:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\beta}{e^{\alpha x}}$$

Hinweis:

$$\frac{x^\beta}{e^{\alpha x}} = \left( \frac{x}{e^{\gamma x}} \right)^\beta \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{\alpha}{\beta},$$

de l'Hospital für  $x/e^{\gamma x}$ .

56. Seien  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  mit  $\alpha, \beta > 0$ . Berechnen Sie:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^\beta}{x^\alpha}$$

57. Sei  $x \in \mathbb{R}$ . Berechnen Sie:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{x}{n} \right)^n$$

Hinweis für  $x \neq 0$ :

$$\left( 1 + \frac{x}{n} \right)^n = \left[ \left( 1 + \frac{1}{y} \right)^y \right]^x \quad \text{mit} \quad y = \frac{n}{x}$$

58. Berechnen Sie:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

59. Berechnen Sie:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

60. Berechnen Sie für die Funktionen

$$f(x) = x^2 \cos \left( \frac{1}{x} \right) \quad \text{und} \quad g(x) = \sin x,$$

den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Hinweis:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{\sin x} \cdot \left[ x \cos \left( \frac{1}{x} \right) \right]$$

61. Untersuchen Sie für die Funktionen

$$f(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{und} \quad g(x) = \sin x,$$

ob der Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

existiert.

62. Untersuchen Sie für die Funktionen

$$f(x) = x + \cos x \sin x \quad \text{und} \quad g(x) = (x + \cos x \sin x) e^{\sin x},$$

ob der Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$$

existiert.

63. Berechnen Sie für die Funktionen

$$f(x) = x + \cos x \sin x \quad \text{und} \quad g(x) = (x + \cos x \sin x) e^{\sin x},$$

den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$