

**ÜBUNGEN ZU
ANALYSIS FÜR PHYSIKER(INNEN) II**

für den 25. 05. 2011

52. Sei $x \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie folgenden Grenzwert:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

53. Gegeben sei eine Folge von Funktionen $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_n(x) = n(1-x)x^n$. Bestimmen Sie die Grenzfunktion f .

54. Berechnen Sie für die Funktionen f_n aus Übungsaufgabe 53 die Supremumsnorm $\|f_n\|_\infty$.

Hinweis: Berechnen Sie die Extrema von f_n .

55. Konvergiert die Funktionenfolge aus Übungsaufgabe 53 gleichmäßig gegen die Grenzfunktion f ?

56. Überprüfen Sie, ob für die Funktionenfolge aus Übungsaufgabe 53 folgende Aussage richtig ist:

$$\int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \, dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) \, dx$$

57. Berechnen Sie für die Funktionen f_n aus Übungsaufgabe 53 die Grenzfunktion g der Folge der ersten Ableitungen f'_n auf der Definitionsmenge $[0, 1)$. Was passiert im Punkt $x = 1$?

58. Berechnen Sie für die Funktionen f_n aus Übungsaufgabe 53 die Supremumsnorm $\|f'_n\|_\infty$ der ersten Ableitungen auf der Definitionsmenge $[0, 1)$.

Hinweis: Berechnen Sie die Extrema von f'_n .

59. Konvergiert für die Funktionenfolge aus Übungsaufgabe 53 die Folge der ersten Ableitungen auf der Definitionsmenge $[0, 1)$ gleichmäßig gegen die Grenzfunktion g ?

60. Überprüfen Sie, ob für die Funktionenfolge aus Übungsaufgabe 53 folgende Aussage richtig ist:

$$\left(\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)\right)' = \lim_{n \rightarrow \infty} f'_n(x) \quad \text{für alle } x \in [0, 1)$$