Algorithmus 5.21: Strategie der aktiven Mengen → (QP)

Start: Bestimme ein für (21) = (QP) zulässige Startnäherung $x^{(0)} \in \mathbb{R}^n$ sowie einen zugehörigen Lagrange-Multiplikator $\lambda^{(0)} \in \mathbb{R}^n$.

Setze $\mathcal{A}_0 := \mathcal{A}(x^{(0)}) := \{ i \in I_1 \cup I_2 : c_i + a_i^T x^{(0)} = 0 \}$.

Schritte: $k = 0, 1, 2, \dots, k_{STOP}$ (= STOP)

(S1) Ist $(x^{(k)}, \lambda^{(k)})$ ein KKT-Pkt. von (21): STOP!

(S2) Setze $\lambda_i^{(k+1)} = 0$ für $i \notin \mathcal{A}_k$ und bestimme $(\Delta x^{(k)}, \lambda_{\mathcal{A}_k}^{(k+1)}) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{|\mathcal{A}_k|}$:

$$\begin{bmatrix} B & A_k^T \\ A_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x^{(k)} \\ \lambda_{\mathcal{A}_k}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla q(x^{(k)}) \\ 0 \end{bmatrix},$$

wobei $\lambda_{\mathcal{A}_k} := [\lambda_i]_{i \in \mathcal{A}_k} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{A}_k|}$, $A_k = [a_i^T]_{i \in \mathcal{A}_k}$.

(S3) Unterscheide die folgenden Fälle:

1) Ist $\Delta x^{(k)} = 0$ und $\lambda_i^{(k+1)} \geq 0 \;\forall i \in \mathcal{A}_k \cap I_2$: STOP!

2) Ist $\Delta x^{(k)} = 0$ und $\min\{\lambda_i^{(k+1)} : i \in \mathcal{A}_k \cap I_2\} < 0$, so bestimme einen Index $r \in \mathcal{A}_k \cap I_2$:
$$\lambda_r^{(k+1)} = \min\{\lambda_i^{(k+1)} : i \in \mathcal{A}_k \cap I_2\}.$$
Setze $x^{(k+1)} = x^{(k)}$ und $\mathcal{A}_{k+1} := \mathcal{A}_k \setminus \{r\}$: GOTO (S1)

3) Ist $\Delta x^{(k)} \neq 0$ und $x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$ zulässig für (21), so setze $x^{(k+1)} := x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$ und $\mathcal{A}_{k+1} = \mathcal{A}_k$: GOTO (S1)

4) Ist $\Delta x^{(k)} \neq 0$ und $x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$ nicht zulässig für (21), so bestimme einen Index r mit

$$0 < \alpha^{(k+1)} \overset{\leq}{:=} -\frac{c_r + a_r^T x^{(k)}}{a_r^T \Delta x^{(k)}} = \min\left\{ -\frac{c_i + a_i^T x^{(k)}}{a_i^T \Delta x^{(k)}} : i \notin \mathcal{A}_k \wedge a_i^T \Delta x^{(k)} > 0 \right\}$$

Setze $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^{(k+1)} \Delta x^{(k)}$ und $\mathcal{A}_{k+1} := \mathcal{A}_k \cup \{r\}$: GOTO (S1)

GOTO (S1) means GOTO (S1) $\wedge$ $k \leftarrow k+1$