- **Bem. 5.17:**

1. Ist x Stelle eines lokalen Extremums von f unter den Nebenbedingungen
$$c_1(x)=0,\dots,c_m(x)=0,$$
so gilt unter den Voraussetzungen von Satz 4.16
$$\exists\, \lambda_1^*,\dots,\lambda_m^* \in \mathbb{R}:$$

$\nabla L(x^*,\lambda^*)=0$

(18)

in R^{n+m}

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_j}(x^*)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i^*\frac{\partial c_i}{\partial x_j}(x^*)&=0,\quad j=1,2,\dots,n\\ c_i(x^*)&=0,\quad i=1,2,\dots,m\end{aligned}}$$

Das ist ein nichtlineares Gleichungssystem von $(n+m)$ nichtlinearen Gleichungen zur Bestimmung der $(n+m)$ Unbekannten
$$(x^*,\lambda^*)=(x_1^*,\dots,x_n^*,\lambda_1^*,\dots,\lambda_m^*).$$

2. Die Gleichungen (18) sind nur notwendige Bedingungen für das Vorliegen eines lokalen Extr.!
3. Außerdem erhalten wir nur lokale Extrema, in denen die Bedingung $\operatorname{rang} c'(x^*)=m$ erfüllt ist!
4. Die Lagrange-Multiplikatoren $(-\lambda_i)$ sind ein Maß für die Empfindlichkeit auf die Verletzung der i-ten Nebenbedingung, d.h.
$$\frac{\partial f}{\partial \xi_i}(x^*(\xi_1,\dots,\xi_m))\Big|_{\xi=(\xi_1,\dots,\xi_m)=0}\overset{(\text{muss})}{=}-\lambda_i,$$
wobei $x^*(\xi_1,\dots,\xi_m)$ ein lokales Extremum von f unter den Nebenbedingungen $c(x)=\xi$ ist, d.h.
$$\begin{aligned} c_1(x_1^*,\dots,x_m^*)&=\xi_1\\ &\vdots\\ c_m(x_1^*,\dots,x_n^*)&=\xi_m.\end{aligned}$$